С.Сейфуллиннің 120 жылдығына арналған **«Сейфуллин оқулары–10: Мемлекеттің индустриалды–инновациялық саясатын құрудағы бәсекеге қабілетті кадрларды дайындау келешегі мен ғылымның рөлі»** атты Халықаралық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Международной научно-теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения–10: Новые перспективы подготовки конкурентоспособных кадров и роль науки в формировании индустриально-инновационной политики страны»,** посвященная 120-летию со дня рождения С.Сейфуллина**.** – 2014. – Т.I, ч.3. – С.121-122

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ПРИБЛИЖЕНИЙ ФУНКЦИЙ ПРОСТРАНСТВА ОГРАНИЧЕННОЙ Р-ФЛУКТУАЦИИ ПОЛИНОМАМИ ПО СИСТЕМЕ УОЛША

Ахажанов Т.Б., Оспанова Д.Н.

В данной работе излагается прямые и обратные теоремы по норме $\|\cdot\|_{p,F}$ приближения функции двух переменных ограниченной р-флуктуации полиномами по системе Уолша.

Пусть $1 \le p < \infty$ и функция $f(x,y)$ определена на $[0,1)^2$. Через $osc\left(f,[0,1)^2\right)$ обозначим

$$\sup_{\substack{(x,y)\in[0,1)^2 \\ (x',y')\in[0,1)^2}} \left| f(x,y) - f(x',y') \right|,$$

а через $I_{j_1,j_2}^{n_1,n_2}$ -прямоугольник

$$\left[\frac{j_1-1}{2^{n_1}}, \frac{j_1}{2^{n_1}}\right) \times \left[\frac{j_2-1}{2^{n_2}}, \frac{j_2}{2^{n_2}}\right).$$

Положим по определению

$$\kappa_p(f,n_1,n_2) := \left(\sum_{j_1=1}^{2^{n_1}} \sum_{j_2=1}^{2^{n_2}} \left(osc\left(f, I_{j_1,j_2}^{n_1,n_2}\right)\right)^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Тогда, если

$$F_p(f) := \sup_{\substack{n_1\in P \\ n_2\in P}} \kappa_p(f,n_1,n_2) < \infty,$$

то $f(x,y)$ называется функцией ограниченной р-флуктуации.

Понятие функции ограниченной р-флуктуации в одномерном случае было введено Онивером и Ватерманом [1]. Введем дискретный модуль непрерывности

$$F_p(f)_{n_1,n_2} = \sup_{\substack{k_1\ge n_1 \\ k_2\ge n_2}} \kappa_p(f,k_1,k_2).$$

Понятие дискретного модуля непрерывности в одномерном случае было введено С.С Волосивецем [2]. Множества функций $f(x,y)$, для которых $F_p(f) < \infty$, обозначается через $BF_p[0,1)^2$ $(1 \le p < \infty)$, а множества функций $f(x,y)$, для которых

$$F_p(f)_{n_1,n_2} \to 0$$

при $n_1, n_2 \to \infty$ - через $BFC_p[0,1)^2$ ($1 < p < \infty$). Далее эти пространства рассматриваются при указанных ограничениях с нормой

$$\|f\|_{p,F} = \max\left(F_p(f), \|f\|_\infty\right).$$

Теорема 1 Пространства $BF_p[0,1)^2$, $1 \le p < \infty$ и $BFC_p[0,1)^2$, $1 < p < \infty$ полны относительно нормы

$$\|f\|_{p,F} = \max\left\{ \sup_{(x,y)\in[0,1)^2} |f(x,y)|, F_p\left(f,[0,1)^2\right) \right\}.$$

Введем еще один дискретный групповой модуль непрерывности, связанный с пространством $BFC_p[0,1)^2$, $1 < p < \infty$ формулой

$$F_p(f)^*_{n_1,n_2} = \sup_{\substack{0 \le h_1 < \frac{1}{2^{n_1}} \\ 0 \le h_2 < \frac{1}{2^{n_2}}}} \|f(x_1 \oplus h_1, x_2 \oplus h_2) - f(x_1,x_2)\|_{p,F}$$

где операция $\oplus$ определена в [3].

Лемма 1. Пусть $f \in BFC_p[0,1)^2$, $1 < p < \infty$, $\varphi(x_1, x_2, y_1^0, y_2^0) \in BF_p[0,1)^2$ при всех $(y_1^0, y_2^0) \in [0,1)^2$. Тогда верно неравенство

$$\left\| \int_0^1 \int_0^1 \varphi(x_1, x_2, y_1, y_2) dy_1 dy_2 \right\|_{p,F} \le \int_0^1 \int_0^1 \|\varphi(x_1, x_2, y_1, y_2)\|_{p,F} dy_1 dy_2 \quad . \tag{1}$$

Теорема 2. Пусть $1 < p < \infty$, $n, m \in N$, $f \in BF_p[0,1)^2$. Тогда имеет место неравенство:

$$\frac{1}{2} F_p(f)^*_{m,n} \le E_{2^m,2^n}(f)_{p,F} \le F_p(f)^*_{m,n}. \tag{2}$$

Список литературы

1. C.W. Onneweer and D.Waterman Uniform convergence of Fourier series on groups. //I Michigan . J. Math. , (18)1971, 265-273.

2. Волосивец С.С. Приближение функций ограниченной р-флуктуации полиномами по мультипликативным системам. // Analysis Mathematica, (21)1995, стр. 61-67.

3. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов, В.А. Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. – М.: Наука, 1987.