Сейфуллин оқулары - 11: Жастар және ғылым» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Республиканской научно-теоретической конференции «Сейфуллинские чтения - 11: Молодежь и наука». – 2015. – Т.1, ч.2. - Б.94-98

ӨНДІРІС ФУНКЦИЯСЫН ТИІМДІЛІККЕ ЗЕРТТЕУ

Сүгірбаева Ж.Т.

Өндірістік әрекеттің нәтижесі–өндірілетін өнімнің көлемі мен осы нәтижені қанағаттандыратын өндірістік факторлардың (ресурстардың) көрсеткіштерінің тәуелділігінің математикалық өрнектелуі өндірістік функция (бұдан әрі ӨФ) деп аталады.

ӨФ көптүрлілігі өндірістік процестердің көптүрлілігімен анықталады. Бұл функция шығындар мен өнім өндірудің әр түрлілігінен, кәсіпорындар үшін бір ғана өнім түрін өндірген жағдайдың өзінде бірдей емес. Функцияның нақты түрі шығындар мен өнім өндірудің арасындағы жалпы техника-экономикалық тәуелділікпен анықталады.

Қазіргі уақытта нақты шаруашылық бірліктері үшін ӨФ құрудың статистикалық тәсілі дами бастады. Алуан түрлі ӨФ арасынан жиі қолданылатыны: сызықтық функция $y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$, статистикалық мәліметтер көмегімен параметрлерді бағалау арқылы оңай шешуге болады; дәрежелік функция, $y = a_0 \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha_i}$, мұндағы $a_1, a_2, ..., a_n$ – параметрлер, оның нақты сандық мәні статистикалық мәліметтер негізінде корреляциялық әдіс арқылы анықталады, $0 < a_i < 1,\ i = 1,2,...,n.$ a_0 коэффициенті таңдалған бірліктің өлшенген шығыны мен өнім өндірудің өлшемі мен тәуелділігін білдіреді. $a_1, a_2, ..., a_n$ дәрежелік коэффициенттері соңғы өнім өскендегі әрбір көбейткіштердің x_i үлестерін көрсетеді [1]. Өндірістік функцияның өндірілетін өнім көлеміне әсер ететін өлшемді өндірістік факторлар бар: өндіріс құралдарының көптеген түрлері, жұмыс күші, табиғи ресурстар және т.б. Өндірістік факторлар өндірілетін өнім сияқты физикалық өлшім бірлікте немесе бағалық, ақшалай өлшемде болуы мүмкін. ӨФ құрғаннан кейінгі соңғы мақсаты тиімділік, яғни натуралды немесе бағалық формадағы ресурстарға шектеу болғандағы өндірістік фунциясының $f(\overline{a}, x_1, x_2, ..., x_n)$ максимум мәнін табу.

Қолданылатын i-ші ресурс бір бірлік аз шамаға өзгергенде өнім өндіру қанша бірлікке өзгеретінін көрсететін i-ші ресурстың шекті өнімділігі–ӨФ бірінші ретті дербес туындысы арқылы анықталады және белгіленуі: $M_i y = \partial y / \partial x_i$.

Шығынның бір бірлігінің өсуіне қатысты өнімнің абсолютті өсімін есептеумен қатар, экономикада ресурстың бір бірлікке өсуіне қатысты өндіріс көлемінің өсімін сипаттайтын көрсеткіш қолданылады. Бұл үшін ресурстың шекті өнімділігін өндірілетін өнім көлеміне бөлеміз және ресурс

шығынының көлеміне көбейтеміз. Өнім өндірудің i-ші ресурстың шығындары бойынша икемділік деп аталатын $E_i = \partial y / \partial x_i \cdot x_i / y$ көрсеткішін аламыз. Алынған көрсеткіш i-ші ресурс шығындарының 1% өзгергендегі (қалған ресурстардың тұрақты жағдайында) өнім өндірудің қанша пайызға өзгеретіндігін көрсетеді. i-ші ресурс шығындары бойынша өндірудің икемділік коэффициенті–өлшемсіз шама және i-ші ресурстың шекті өнімділігінің i-ші ресурстың орташа өнімділігінің қатынасына тең: $E = M_i y / A_i y,$ мұндағы $A_i y - i$-ші ресурстың орташа өнімділігі.

ӨФ шеңберінде байланысатын ресурстар бірін-бірі ауыстыра алады. Бұл бір ресурс бірлігінің орнын басқа ресурстың бірнеше көлемімен өндіріс көлемін өзгертпей ауыстыруға болатынын білдіреді. Өнім өндірудің біріңғай деңгейін қамтамасыз ететін шығындардың барлық комбинациялық нүктелерінің бірігуі өндірістік қисық-изоквантаны береді.

Өндірушінің мінез-құлқын анықтау үшін бағалар және ресурстарға деген ақшалай шығындардың деңгейі туралы мәліметтер қажет. Бұл ақпараттарды өндіріс баға-шығындар сызығы–изокоста береді. Сызықтың көлбеулілігі бағалар қатынасын, ал оның деңгейі – ақшалай формадағы шығындардың көлемін көрсетеді. Баға-шығындар сызығындағы әрбір нүкте шығындардың сол бір ақшалай деңгейі мен өндіріс факторларының түрлі комбинациясына сәйкес келеді.

Ресурсқа шығынды шектеу кезіндегі өнім өндіруді максималдау есебі: $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ресурстары сәйкес $(p_1, p_2, ..., p_n)$ бағаларымен сатып алынсын, ал оларды сатып алуға қолда бар қаржылық құралдар көлемі– $b.$

Бұл жағдайда $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ресурстарды $(p_1, p_2, ..., p_n)$ бағаларымен сатып алуға қолда бар қаржылық құралдардың шектеулілігі $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \le b,$ өрнегімен беріледі. Қолда бар қаржылық құралдарды толық қолданудың шекарасы $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = b,$ изокостамен анықталады. Изокостаның әрбір нүктесіне ақшалай шығындардың қайсы бір деңгейі мен ресурстардың түрлі комбинациялары сәйкес келеді.

Қаржылық құралдардың шектеулілігі жағдайындағы өнім өндірудің ең жоғарғы көлемін қамтамасыз ететін ресурс жиынын табу керек:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = b,$$

$$x_i \ge 0, i = 1,2,..., n.$$

Ресурстарды сатып алуға шығындардың шектеулілігі жағдайындағы өндіріс көлемін максималдау есебі ӨФ өнім өндірудің шартты экстремумын іздеудің қарапайым есебіне ұқсас. Бұл есепті шешу үшін Лагранж көбейіткіштері әдісін қолданамыз [2, 125 б.]. x_i және λ қатысты Лагранж функциясын құрамыз:

$$L(x_1, x_2, ..., x_n, \lambda) = y(x_1, x_2, ..., x_n) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} p_i x_i - b\right)$$

мұндағы λ – Лагранж көбейткіші.

Қажетті тиімділік шартының жауабы теңдеулер жүйесі арқылы анықталады:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y}{\partial x_i} = \lambda p_i, (i = 1,2,...,n) \\ \sum\limits_{i=1}^{n} p_i x_i = b \end{cases}$$

(1)

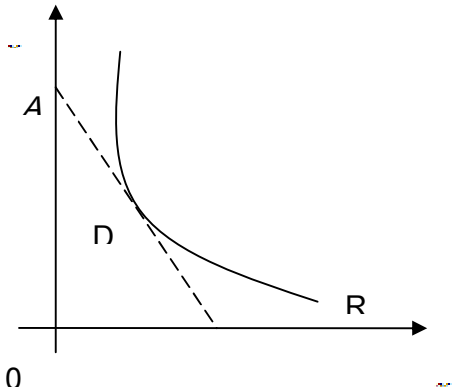
Тиімді ресурстар комбинациясында ресурстардың шекті өнімділігі олардың бағасына пропорционалды болуы тиіс: $\partial y / \partial x_i = \lambda p_i$.

Ресурстардың тиімді $\bar{x}^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ жиынын (1) теңдеулер жүйесін шешу арқылы аламыз.

Нақты екіфакторлы ӨФ $y = f(x_1, x_2)$ үшін қажетті тиімділік шарты төмендегідей болады

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y}{\partial x_1} = \lambda p_1, \\ \dfrac{\partial y}{\partial x_1} = \lambda p_2, \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = b \end{cases}$$

Екі ресурсты есептің геометриялық интерпретациясын келтіруге болады (1-сурет). Мұнда АВ кесіндісі изокоста, R қисығы – изокванта, D нүктесі – ресурстардың (x_1^*, x_2^*) тиімді жиынына сәйкес келетін жанасу нүктесі. Ресурстардың тиімді комбинациясы изокванта мен изокостаның жанасу нүктесіне сәйкес келеді және кәсіпорынның тиімді дамуының негізгі ережесінің геометриялық көрінісі болып табылады.



1-сурет - Ресурстардың тиімді комбинациясы

x_1^*, x_2^* ресурстардың тиімді комбинациясы олардың шекті өнімділігінің (шекті өнімнің) қатынасы бағаларының қатынасына тең болған кезде орындалады.

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} : \frac{\partial y}{\partial x_2} = p_1 : p_2$$

Бұл қатынас жанасу нүктесіндегі изоквантаның көлбеуі баға-шығын сызығының көлбеуіне тең екенін көрсетеді.

Егер $\partial y / \partial x_1 : p_1 > \partial y / \partial x_2 : p_2$, онда ресурстар комбинациясы қолайлы болмайды. x_1 фактордың пайдасына ресурстарды қайта бөліп, теңдікке жету керек. Осылайша, ӨФ маңызды қасиеті–ресурстарды ауыстырудың балама мүмкіндіктердің бар болуы орын алады.

Кобб-Дугластың ӨФ $y = A_0 K^{\alpha} L^{\beta}$ қарастырайық, мұндағы K – капитал (негізгі қор), L – еңбек шығындары. Қаржылық құралдар шектеулі кезіндегі өнім өндірудің максималды көлемін табу қажет:

$$y = A_0 K^{\alpha} L^{\beta} \to \max,$$

$$p_1 K - p_2 L = b,$$

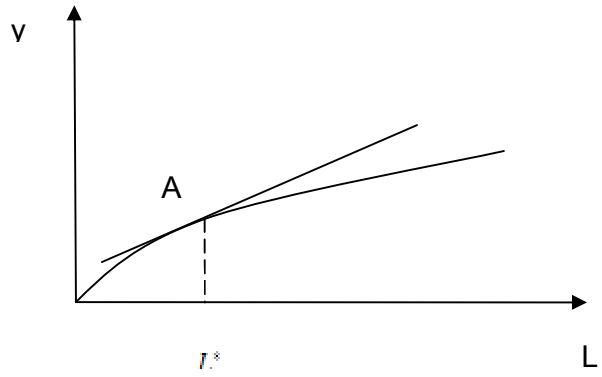
мұндағы, p_1–капитал қызметінің банктік пайыздың шамасына тең негізгі қорды пайдалану бағасы болсын, p_2– еңбектің бағалану мөлшері.

Тиімділік шарты төмендегідей:

$$\begin{cases} A_0 \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} = \lambda p_1, \\ A_0 \beta K^{\alpha} L^{\beta-1} = \lambda p_2, \\ p_1 K + p_2 L = b, \end{cases}$$

$\partial y / \partial K = p_1$ шарты шекті қордың қайтарымы $\partial y / \partial K$ банктік пайыз мөлшерлемесіне тең болған деңгейде қолданылатын капитал көлемі қабылдануы керек екендігін білдіреді.

$\partial y / \partial L = p_2$ шарты еңбектің шекті өнімділігі $\partial y / \partial L$ еңбекақы мөлшерлемесіне тең болған деңгейде жұмыс күшін алуы керек. Алдағы уақытта жұмыс күшінің артуы шығындарға әкеледі (2-суреттегі L^* нүктесі).



2-сурет - Жұмыс күшінің тиімді саны

А нүктесіндегі жанаманың бұрыштық коэффициенті p_2-ге тең.

(2) жүйесінің шешімі келесідей

$$K^* = \frac{\alpha b}{(\alpha + \beta) p_1}; \qquad L^* = \frac{\beta b}{(\alpha + \beta) p_2};$$

$$y^* = A_0 (K^*)^{\alpha} (L^*)^{\beta}; \qquad \lambda^* = \frac{(\alpha + \beta) y^*}{b};$$

Мұндағы λ^* көбейткіші қаржылық құралдардың шекті өнімділігін көрсетеді, яғни егер b құралдар көлемі «аз» бірлікке өссе y^* максималды өнім өндіру көлемі қаншаға өзгеретінін көрсетеді.

α капитал мен β еңбек икемділігінің мәні өндіріс масштабының өзгерісіндегі салыстырмалы өнім өндіруді көрсетеді, яғни ресурстардың (K және L) шығыны бірдей санға артқан кезде. Егер $\alpha + \beta > 1$ болса, онда пайдалылық өседі, егер $\alpha + \beta = 1$ болса, онда пайдалылық тұрақты,егер $\alpha + \beta < 1$ болса, онда пайдалылық кемімелі.

Әдебиеттер тізімі

1. Raval D. Beyond Cobb-Dogles:Estimation of a CES Production Function. 2011. – 60 p.