«Сейфуллин оқулары - 11: Жастар және ғылым» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Республиканской научно-теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения - 11: Молодежь и наука».** – 2015. – **Т.1, ч.3**. – С. 209-211

ПРИЗНАКИ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧ О НАКОПЛЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ УРАВНЕНИИ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

Ибатов А.И. , Абдрахман К.С.

За последние годы, в связи с интенсивным исследованием задач о накоплении возмущений для уравнений с запаздывающим аргументом, существенно повысился интерес к уравнениям нейтрального типа. В настоящей работе исследуется вопросы разрешимости одного класса линейных уравнений нейтрального типа.

Пусть L_∞ - пространство измеримых и ограниченных в существенном на $[0,+\infty)$ функций $x:[0,+\infty)\to R$ с нормой

$$\|x\| = vrai \sup_{t\ge 0} |x(t)|.$$

При некоторых естественных ограничениях общее решение уравнения

$$\dot{x}(t)+(B_0x)(t)= f(t),\ t\ge 0, \qquad (1)$$

где вольтерров по А.Н.Тихонову оператор B_0 действует из пространства локально абсолютно непрерывных функций в пространство локально суммируемых функций, представляется формулой Коши [1]

$$x(t)= X(t)x(0)+\int_0^t C(t,s)f(s)ds.$$

Отсюда следует,что при условии $B_0(1)\in L_\infty$ разрешимость задачи о накоплении возмущений для уравнения (1) то есть ограниченности любого решения уравнения (1) при любой функций $f\in L_\infty$, эквивалиентна действию оператора Коши

$$(Cf)(t)=\int_0^t C(t,s)f(s)ds$$

из пространства L_∞ в L_∞ [2].

Пусть

$$x(t)=X(t,\omega)x(0)+\int_0^t C(t,s,\omega)f(s)ds$$

есть общее решение уравнения

$$\dot{x}(t)+x(t-\omega)=f(t), \qquad t\ge 0$$

$x(\xi)=0$, если $\xi<0$

Определим функцию $\delta:\left[0,\frac{\pi}{2}\right]\to[0,+\infty)$ равенством

$$\delta(\omega)=\sup_{t\ge 0}\int_0^t |C(t,s,\omega)|ds=\int_0^{+\infty}|x(s,\omega)|ds.$$

Функция $\delta(\omega)=1$, если $\omega\in[0,e^{-1}]$.

Рассмотрим уравнение

$$\dot{x}(t)+\sum_{i=1}^{n}a_i(t)x[h_i(t)]=\sum_{j=1}^{m}b_j(t)\dot{x}[g_j(t)]+f(t),\ t\ge 0 \qquad (2)$$

$x(\xi)=\dot{x}(\xi)=0$, если $\xi<0$,

где функции $h_i,\ g_i:[0,+\infty)\to R$ измеримы, причем $h_i(t)\le t$, $g_j(t)\le t$ и $mes\{t\in[0,+\infty): g_j(t)\in e\subset[0,+\infty)\}=0$, если $mes\,e=0$; функции $a_i,b_j:[0,+\infty)\to R$ локально суммируемы; и $f\in L_\infty[0,+\infty)$.

Определим функции a,b,γ_j,γ_{ij} равентсвами

$$a(t)=\sum_{i=1}^{n}a_i(t),\qquad b(t)=\sum_{j=1}^{m}b_j(t),\qquad \gamma_j(t)=\frac{a(g_j(t))}{a(t)}\cdot\frac{1-b(t)}{1-b(g_j(t))},$$

$$\gamma_{ij}(t)=\frac{a_i(g_j(t))}{a(t)}\cdot\frac{1-b(t)}{1-b(g_j(t))}.$$

Теорема1. Если

$$vrai\inf_{t\ge 0}\frac{a(t)}{1-b(t)}>0,\quad \sum_{k=1}^{m}\|b_j\gamma_j\|<1$$

и существует такое $\omega\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, что

$$\left(\sum_{i=1}^{n}\left\|\frac{a_i}{a}\right\|\left\|\int_{h_i(t)}^{t}\frac{a(s)}{1-b(s)}ds-\omega\right\|+\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left\|\frac{a_i}{a}b_j\right\|\left\|\int_{h_i(g_j(t))}^{h_i(t)}\frac{a(s)}{1-b(s)}ds)\right\|}{1-\sum_{j=1}^{m}\|b_j\gamma_j\|}\right)\times\sum_{i=1}^{n}\left\|\frac{a_i}{a}(1-b)\right\|+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left\|b_j(\frac{a_i}{a}-\gamma_{ij}\right\|<$$

$$<\frac{1-\sum_{j=1}^{m}\|b_j\gamma_j\|}{\delta(\omega)},$$

то для уравнения (2) разрешима задача о накоплении возмущений.

Теорема 2. Пусть в уравнений (2)

$$vrai\inf_{t\ge 0}a(t)>0,\quad \sum_{k=1}^{m}\left\|b_j\frac{a(g_j)}{a}\right\|<1,$$

если существует такое $\omega\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, что

$$\sum_{i=1}^{n}\left\|\frac{a_i}{a}\right\|\left(\sum_{i=1}^{n}\left\|\frac{a_i}{a}\right\|\left\|\int_{h_i(t)}^{t}a(s)ds-\omega\right\|+\sum_{j=1}^{m}\left\|b_j\frac{a(g_j)}{a}\right\|\right)<\frac{1-\sum_{j=1}^{m}\left\|b_j\frac{a(g_j)}{a}\right\|}{\delta(\omega)},$$

то для уравнения (2) разрешима задача о накоплении возмущений.

Список литературы

1. Азбелев Н.В., Березанский Л.М., Рахматулина Л.Ф. О линейном функционально-дифференциальном уравнений эволюционного типа. Дифференциальные уравнения – 1977-Т.В, №11-стр. 1915-1925.
2. Азбелев Н.В. К вопросу об устойчивости решений линейных уравнений с последействием, не разрешённых относительно производной. Краевые задачи.- Пермь, 1985г, стр.3-5