

«Сейфуллин окулары – 12: Ғылым жолындағы жастар-болашақтың инновациялық әлеуеті» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференция материалдары = Материалы Республиканской научно-теоретической конференции «Сейфуллинские чтения-12: Молодежь в науке - инновационный потенциал будущего" . – 2016. – Т.1, ч.2 – С.240-244

## РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ КАТУШЕЧНО-ШТИФТОВОГО ВЫСЕВАЮЩЕГО АППАРАТА

*Сүгірбай Ә.М.*

Агробизнес ежедневно увеличивает спрос на машины с большей эффективностью, стремясь снизить эксплуатационные расходы и повысить качество процесса сева [1]. В соответствии с этим в КазАТУ им. С.Сейфуллина разработан катушечно-штифтовый туковысевающий аппарат, который позволяет активно выполнять отбор материала из бункера и принудительно перемещать их к тукопроводу.

С целью изучения процесса дозирования минеральных удобрений экспериментальным туковысевающим аппаратом и исследования влияния конструктивных параметров аппарата на подачу проводились лабораторные исследования, таблице 1 [2].

Таблица 1. Зависимости подачи минеральных удобрений от частоты вращения вала при глубине 12,68 мм

$t$	1	2	3	4	5	6
Частота вращения катушки, об/мин ( $x_i$ )	20	30	40	50	60	70
Производительность, гр. ( $y_i$ )	2113	2835	3330	4463	5830	7120

Целью является построить математическую модель катушки при глубине 12,68 мм. Критериями является табличное значение Фишера, индекс корреляции, средняя относительная ошибка, коэффициент детерминации. На основе фактических данных приведенный на таблице 1 для характеристики связи производительности от частоты вращения вала требуется построить линейный и параболический модели и проверить на критерий указанный выше.

1. Уравнение линейной регрессии имеет вид

$$y = a + bx.$$

Промежуточные расчеты для получения линейной модели сведены в таблицу 2:

Таблица 2.

$t$	$x_i$	$y_i$	$x_i * y_i$	$x_i^2$	$y(x_i)$	$\left  \frac{y_i - y(x_i)}{y_i} \right $
1	20	2113	42260	0	1770,905	0,161900255
2	30	2835	85050	900	2775,276	0,021066599
3	40	3330	133200	1600	3779,648	0,135029315
4	50	4463	223150	2500	4784,019	0,071928982
5	60	5830	349800	3600	5788,39	0,00713714
6	70	7120	498400	4900	6792,762	0,045960407
$\Sigma$	270	25691	1331860	13500	25691	0,443022698
$\Sigma/6$	45	4281,833	221976,7	2250	4281,833	0,073837116

Значение параметров  $a$  и  $b$  линейной модели определим, используя вычисленные средние значения по данным исходной таблицы.

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} * \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{221976,7 - 4281,833 * 45}{2250 - 45^2} = 100,44$$

$$a = \bar{y} - b * \bar{x} = 4281,833 - 100,44 * 45 = -237,838$$

Получаем уравнение линейной регрессии:

$$y = -237,838 + 100,44x.$$

Определим линейный коэффициент корреляции по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{175765}{\sqrt{1750 * 18187983}} = 0,9852.$$

Можно сказать, что связь между производительности высевающего аппарата и частоты вращения вала катушки очень сильная.

Рассчитаем коэффициент детерминации:

$$R^2 = r_{xy}^2 = 0,9706$$

Вариация производительности на 97,06 % объясняется вариацией фактора частоты вращения вал катушки.

Вычислим наблюдаемое значение  $F$  – критерия Фишера:

$$F_H = \frac{R^2(n - m - 1)}{(1 - R^2)m} = \frac{0,9706 * (6 - 1 - 1)}{1 - 0,9706} = 132,0743.$$

где  $m = 1$  – количество независимых показателей.

По таблице  $F$  –распределения найдем критическую точку.

$$F_{кр} = F(1 - \alpha; m; n - m - 1) = F(0,95; 1; 4) = 7,71.$$

Так как  $F_H > F_{кр}$ , то уравнение регрессии значимо при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Определим среднюю относительную ошибку:

$$\overline{\varepsilon_{отн}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - y(x_i)}{y_i} \right| * 100\% = \frac{1}{6} * 0,443023 * 100\% = 7,3837\%$$

В среднем расчетные значения производительности высевающего аппарата для линейной модели отличаются от фактических значений на 7,3837 %.

2. Уравнение параболической регрессии имеет вид

$$y = a + bx + cx^2.$$

Параметры параболической регрессионной модели  $a, b, c$  найдем, решая систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} an + b \sum_{i=1}^n x_i + c \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i; \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n y_i x_i; \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n y_i x_i^2; \end{cases}$$

Для расчета сумм, входящих в систему, составим вспомогательную таблицу 3:

Таблица 3.

$t$	$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$
1	20	2113	400	8000	160000
2	30	2835	900	27000	810000
3	40	3330	1600	64000	2560000
4	50	4463	2500	125000	6250000
5	60	5830	3600	216000	12960000
6	70	7120	4900	343000	24010000
Итого	270	25691	13900	783000	46750000
$t$	$x_i * y_i$	$x_i * y_i^2$	$y_i^2$	$y(x_i)$	$[y_i - y(x_i)]^2$
1	42260	845200	4464769	2147,572	1195,209
2	85050	2551500	8037225	2699,943	18240,34
3	133200	5328000	11088900	3478,315	21997,22
4	223150	11157500	19918369	4482,686	387,5386
5	349800	20988000	33988900	5713,057	13675,57
6	498400	34888000	50694400	7169,429	2443,206
Итого	1331860	75758200	128192563	25691	57939,09

Система принимает вид:

$$\begin{cases} 6a + 270b + 13900c = 25691; \\ 270a + 13900b + 783000c = 13311860; \\ 13900a + 783000b + 46750000c = 75758200. \end{cases}$$

Решая эту систему (например, методом Гаусса) получим:

$$a = 1720,829; b = -1,26286; c = 1,13$$

Уравнение регрессии будет иметь вид:

$$y = 1720,829 - 1,26286x + 1,13x^2.$$

Оценим значимость (адекватность) полученной модели.

Вычислим необходимые суммы квадратов отклонений:

$$S_{\text{ост}}^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - y(x_i)]^2 = 57939,09;$$

$$S_{\text{общ}}^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = 128192563 - \frac{25691^2}{6} = 18187983;$$

$$S_{\text{факт}}^2 = S_{\text{общ}}^2 - S_{\text{ост}}^2 = 18130044.$$

Тогда наблюдаемое значение критерия адекватности модели (и критическое) будут равны, соответственно:

$$F_H = \frac{S_{\text{факт}}^2 (n - m - 1)}{S_{\text{ост}}^2 m} = \frac{18130044 * (6 - 2 - 1)}{57939,09 * 2} = 1877,494;$$

$$F_{\text{кр}} = F(0,95; 2; 3) = 9,55.$$

Здесь  $n$  — число наблюдений ( $n = 6$ );  $m$  — количество параметров при независимой переменной (это параметры  $b$  и  $c$ , то есть  $m = 2$ ).

Так как  $F_H > F_{\text{кр}}$ , то уравнение регрессии значимо.

Для оценки тесноты связи между переменными  $X$  и  $Y$  вычислим индекс корреляции

$$r_{xy} = \sqrt{1 - \frac{S_{\text{ост}}^2}{S_{\text{факт}}^2}} = \sqrt{1 - \frac{57939,09}{18130044}} = 0,998401.$$

Закключаем, что зависимость между  $X$  и  $Y$  весьма существенная и значимая.

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,996804$  показывает, что вариация производительность катушечного высевающего аппарата на 99,6804% обусловлена регрессией, то есть изменчивостью частоты вращения вала катушки.

Определим среднюю относительную ошибку:

$$\overline{\varepsilon_{\text{отн}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - y(x_i)}{y_i} \right| * 100\% = 2,3325\%$$

В среднем расчетные значения производительности высевающего аппарата для линейной модели отличаются от фактических значений на 2,3325 %.

Критерий параболической модели сравнительно превосходит критерий линейной модели. Это можно объяснить тем, что в работе высевающего аппарата можно схематически различать три вида движения потока минеральных удобрений: самопроизвольное (свободное), принудительное и активное.

Активное движение минеральных удобрений есть перемещение его под действием импульса катушки[3]. Активный поток удобрений не предназначен непосредственно для внесения, но участвует в нем, присоединяется к принудительному высеву и играет весьма значительную роль в общем процессе. Данные полученные опытом показывает, что с увеличением частоты вращения вала катушки объем активного слоя увеличивается. Если увеличить частоту вращения катушки 20-70 об/мин., то при  $c=5$  мм объем активного слоя увеличится до 4% [2].

В результате проведенных расчетов был построен линейный и параболический модели и проверен на критерий указанный выше. По критериям оба модели пригодны к использованию. Но, так как, критерий параболической модели сравнительно превосходит критерий линейной модели рекомендуется использовать параболический модель. Теоретический это объясняется увеличением действия импульса катушки.

### Список литературы

1. Santos, Viviane C.; Santos, Paulo R.A.; Lima, Isabela O.; Pereira, Valberto R. F.; Gonsalves, Flavio R.F.; Chioderoli, Carlos A. «Performance of a seeder according to the displacement velocity and furrowing mechanism for fertilizer deposition». Revista Brasileira de Engenharia Agricola e Ambiental, 2016.
2. Нукешев С.О., Тойгамбаев С.К., Романюк Н.Н., Сугирбай А.М. «Катушечно-штифтовый туковысевающий аппарат». Сборник научных работ ЕНО за июль 2015 г. Москва.
3. Н.И. Кленин, В.А.Сакун, «Сельскохозяйственные и мелиоративные машины». Элементы теории рабочих процессов, расчет регулировочных параметров и режимов работы. – 2-е издание., перераб. И доп. – М.: Колос, 1980. – 671 с.

**Научный руководитель: д.т.н., профессор С.О. Нукешев**