

С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің 60 жылдығына арналған «Сейфуллин оқулары– 13: дәстүрлерді сақтай отырып, болашақты құру» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Республиканской научно-теоретической конференции «Сейфуллинские чтения – 13: сохраняя традиции, создавая будущее», посвященная 60-летию Казахского агротехнического университета имени С.Сейфуллина. - 2017. - Т.1, Ч.3. - Б.64-68

КҮШТІҢ ӘСЕРІНЕН ҮШ СЕРПІМДЕ АРҚАН ӘСЕР ЕТІП ТҮРҒАН ТҮЙІННІҢ АУЫТҚУЫ

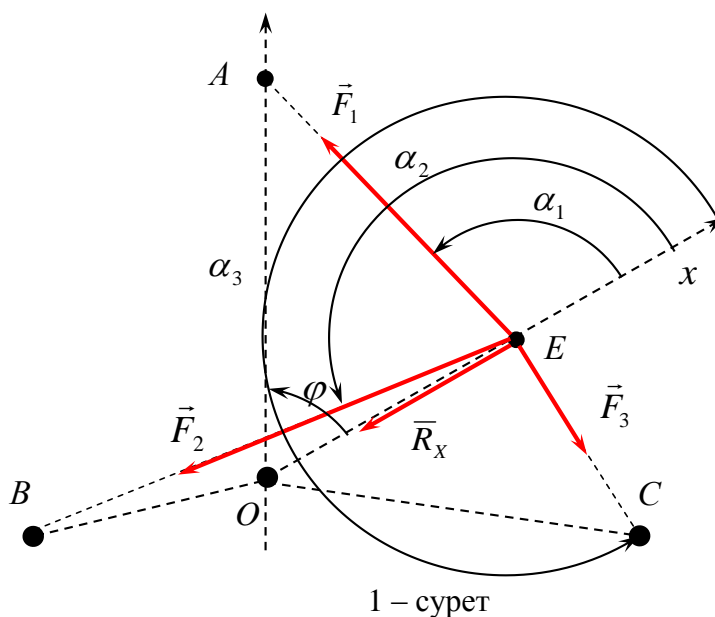
Санкибаев Т.Е., Суюндиков А.А.

1. Жалпы мәселе

Кәзіргі өмірде жаңа материалдар пайда болып, олардың серпімділік қасиеттерін зерттеу үшін қарапайым модельдер жасап, олардың зерттеп отырған материалдық қасиеттігіне сәйкестендеру өте қажетті жұмыстар. Бұл мақалада сондай қарапайым модель, үш серпімді сым арқан ұстап түйінің күш әсерінен қалайша ауытқуының зерттейді [1], [2], [3], [4].

2. Түйінің үш күш әсерінен ауытқуы

Ұзындықтары l -ге тең өзара 120° – бұрыш жасайтын серпімді арқандар, алдан-ала Δ шамасына созылған, O нүктесіне байланып, тыныштықта тұр. Бұл нүктенің Ox бағытымен $OE=x$ шамасына \vec{R} күші әсерінен O түйіні жылжуда (1 - сурет). Оған әсер етуші күштер: \vec{F}_1 – бірінші арқан, \vec{F}_2 – екінші арқан, \vec{F}_3 – үшінші арқандар. Арқандардың серпімділігі s -ға тең деп алынған. Арқандар ауытқу бағыты Ox – пен мынадай: бірінші арқан - α_1 , екінші арқан - α_2 , үшінші арқан - α_3 , бұрыштар жасайды



Ox – өсі OA – бағытымен φ – бұрышын жасайтын болса, онда $\triangle OAE$, $\triangle OBE$, $\triangle OEC$ – үшбұрыштарынан мынадай қатнынастарды табамыз

$$\cos \alpha_1 = \frac{l \cdot \cos \varphi - x}{AE} \quad (1, a)$$

$$\cos \alpha_2 = -\frac{l \cdot \cos(60^\circ - \varphi) + x}{BE}. \quad (1, b)$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{l \cdot \cos(120^\circ - \varphi) - x}{CE}. \quad (1, c)$$

Түйінге әсер етуші күштерді, бастапқы ұзындығы – $(l - \Delta)$, соңғы ұзындықтары AE , BE , CE – сым арқандар әсер етуде деп, былайша есептейміз

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= c \cdot (AE - l + \Delta); \\ F_2 &= c \cdot (BE - l + \Delta); \\ F_3 &= c \cdot (CE - l + \Delta); \end{aligned} \right\} (2)$$

бұндағы c – арқандардың серпімділік коэффициенті.

Сондықтан арқандардың Ox бағытымен түйінге әсерлерінің қосындысы – R_x (бұл шама \bar{R}_x – қарамақарсыбағытталған).

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \quad (3)$$

(3) – ші формулаға (1) және (2) өрнектерді қойып, мына теңдікті ескеріп: $\cos(60^\circ + \varphi) = -\cos(\varphi + 120^\circ)$,

$\cos \varphi + \cos(60^\circ - \varphi) + \cos(\varphi - 120^\circ) = 0$ мынадай формула шығарамыз.

$$R_x = -c \cdot \left\{ 3x + (l - \Delta) \left[\frac{l \cdot \cos \varphi - x}{AE} + \frac{l \cdot \cos(120^\circ - \varphi) - x}{BE} + \frac{l \cdot \cos(120^\circ - \varphi) - x}{CE} \right] \right\} \quad (4)$$

Бұл өрнектегі күрделі мәселе тік жақша ішіндегі шамалардың күрделілігі. Осы мәселені шешу үшін алдын-ала үшбұрыштардан $\triangle OAE$, $\triangle OBE$, $\triangle OEC$ дан, косинустар теоремасын пайдаланып AE , BE , CE қабырғаларын табамыз.

$$\left. \begin{aligned} AE &= \sqrt{l^2 + x^2 - 2lx \cos \varphi}; \\ BE &= \sqrt{l^2 + x^2 + 2lx \cos(\varphi + 120^\circ)}; \\ CE &= \sqrt{l^2 + x^2 - 2lx \cos(120^\circ - \varphi)}; \end{aligned} \right\} (5)$$

(4) –формуладағы тік жақша ішіндегі бірінші шамасы қарастыралық

$$\frac{l \cos \varphi - x}{AE} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \frac{x}{l} \cos \varphi}} \quad (6, a)$$

Тік жақша ішіндегі екінші және үшінші өрнектерді мынадай түрге келеді

$$\frac{l \cos(120^\circ - \varphi) - x}{CE} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2(120^\circ + \varphi)}{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \frac{x}{l} \cos(120^\circ + \varphi)}}; \quad (6, б)$$

$$\frac{l \cos(120^\circ + \varphi) - x}{BE} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2(120^\circ - \varphi)}{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \frac{x}{l} \cos(120^\circ - \varphi)}}; \quad (6, в)$$

3. Түйінге әсер етуші күшті табу

Түйінгі әсер етуші күш \bar{R}'_x - тең шамасы R_x – тұл бағыты қарама қарсы, сондықтан (4) өрнекті (6) –формуланы ескеріп мына түрде жазамыз

$$R_x = c \left\{ 3x + (l - \Delta) \left[\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \frac{x}{l} \cos \varphi}} + \sqrt{1 - \frac{\sin^2(120^\circ + \varphi)}{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \frac{x}{l} \cos(120^\circ + \varphi)}} + \sqrt{1 - \frac{\sin^2(120^\circ - \varphi)}{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2 \frac{x}{l} \cos(120^\circ - \varphi)}} \right] \right\} \quad (7)$$

О – түйін арқылы үш симметриялық өстер өтуде (1-ші сур.), сондықтан, φ -дің өзгеру аумағы $0 \leq \varphi \leq \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ –аралығында зерттесек жеткілікті.

(7) – формуладағы φ – ға байланысты айнымалы шаманы былайша ықшамдауға болады, алдын ала былайша белгілейсек

$$y_1 = \frac{\sin^2 \varphi}{\left(\frac{x}{l} - \cos \varphi\right)^2 + \sin^2 \varphi} \quad (8, a)$$

Осыдан көрініп түр функция $0 < y \leq 1$ және де y_{\max} егерде $\frac{x}{l} = \cos \varphi$, $y_{\max} = 1$ осылайша

$$y_2 = \frac{\sin^2(120^\circ + \varphi)}{\left(\frac{x}{l} - \cos(120^\circ + \varphi)\right)^2 + \sin^2(120^\circ + \varphi)} \quad (8, \text{в})$$

$$y_3 = \frac{\sin^2(120^\circ - \varphi)}{\left(\frac{x}{l} - \cos(120^\circ - \varphi)\right)^2 + \sin^2(120^\circ - \varphi)} \quad (8, \text{с})$$

Бұл барлық функцияда $0 < y_2 < 1$, $0 < y_3 < 1$. $y_{2\max} = 1$ егерде $\frac{x}{l} = \cos(120^\circ + \varphi)$, $y_{3\max} = 1$ егерде $\frac{x}{l} = \cos(120^\circ - \varphi)$ (7) формуланы мына түрде жазуға болады

$$R'_x = c \left\{ 3x + (l - \Delta) \left[\sqrt{1 - y_1} + \sqrt{1 - y_2} + \sqrt{1 - y_3} \right] \right\} \quad (9)$$

$$1^\circ. \varphi = 0; y_1 = 0, y_2 = \frac{3/4}{\left(\frac{x}{l} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}}; y_3 = \frac{3/4}{\left(\frac{x}{l} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}}$$

$$R_x = c \left\{ 3x + (l - \Delta) \left[2 \sqrt{1 - \frac{3/4}{\left(\frac{x}{l} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}}} \right] \right\} \quad (10)$$

$$2^\circ. \varphi = 30^\circ; y_1 = \frac{1/4}{\left(\frac{x}{l} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}; y_2 = \frac{1/4}{\left(\frac{x}{l} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}; y_3 = \frac{1}{\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 1}$$

$$R_x = c \left\{ 3x + (l - \Delta) \left[\sqrt{1 - \frac{1/4}{\left(\frac{x}{l} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}} + \sqrt{1 - \frac{1/4}{\left(\frac{x}{l} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}}} + \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 1}} \right] \right\} \quad (11)$$

Қорытынды

- 1) Бұл мәтінде серпімділіктерді сызықтық заңмен өзгертін үш арқан ұстап түйіннің жылжуы мен оған әсер етуші күш арасындағы байланыс анықталған;
- 2) Ол байланыс сызықтың емес заңмен өзгертіні және анизотропты екендігі;
- 3) Симметрия жағдайды қарастырғандықтан, анизотроптық өзгеріс ауытқу бұрышы – φ – ға тәуілді, ол мына аралықта өзгертіні: $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$.
- 4) Алдын-ала созылудың, түйіндігі түсірілген күшке әсер аналитикалық түрде анықталған.

Әдебиеттер тізімі

1. К. Васидзу, Вариационные методы в теории упругости и пластичности. «Мир», 1987 г.
2. М.И. Бать, Г.Ю. Джаналидзе, А.С. Кельзон. Теоретическая механика в примерах и задачах, том третий. Динамика. «Наука», Москва, 1991 г.
3. Yong S.M., Jeng C.A. Structural suppression by concurrent piezoelectric sensor and actuator. Smart Materials structures – 1996 V.5 - #6 P. 806-88
4. Pascal M., Dynamics and stability of a too degress of freedom oscillator with an elastic stop// J. Comput and Nonlinear Dynamics 2006. V.1 #1. 94-102//