С.Сейфуллиннің 125 жылдығына арналған **«Сейфуллин оқулары – 15: Жастар, ғылым, технологиялар: жаңа идеялар мен перспективалар»** атты халықаралық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Международной научно-теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения – 15: Молодежь, наука, технологии – новые идеи и перспективы»**, приуроченной к 125-летию С.Сейфуллина. - 2019. - Т.II, Ч 1 - Б.137-139

ДИОФАНТ ТЕҢДЕУЛЕРІН ЗЕРТТЕУ

Кожахметов Р.

Бұл «Диофант теңдеулерін зерттеу» атты ғылыми жұмыстың мақсаты: қазіргі таңдағы орта мектептердің білім жүйесіне сәйкес Диофант теңдеулерінің теориясын және осы тақырыпқа арналған таңдамалы есептерді қарау.

Ол үшін келесі міндеттер атқарылады:

– Диофант теңдеулерінің қазіргі таңдағы теориясын зерттеу;

– Берілген тақырыпқа сәйкес таңдамалы есептерді қарау.

Бұл ғылыми жұмыс бүтін санды теңдеулерге арналған сандар теориясы негізінен натурал сандар қатарының арифметикалық мағынасын қарастырады, басқаша айтқанда – бүтін оң сандар және ол математикалық ескі сандар бөліміне жатады. Аналитикалық сандар теоремасының негізгі есебі жай сандардың натурал қатарға бөлінуі. Жай сан деп қалдықсыз бөлінетін кез келген бүтін санды айтамыз. Бүтін сандардың алгебралық теңдеуінің шешімі сандар теоремасының ең қиын проблемасы болып табылады.

Диофанттың математикаға қосқан негізгі жаңалығы – оның анықталмаған теңдеулерді шешу әдістерін табуы. Ол 50-ден астам әр түрлі кластарға жататын шамамен 130 анықталмаған теңдеулердің рационал шешуін көрсетеді. Анықталмаған теңдеулерді қазір диофант теңдеулері деп те атайды. Ол әрбір теңдеудің тек бір ғана рационал шешуін анықтаумен шектеледі. Онда анықталмаған теңдеулерді жалпы шешу тәсілдері жоқ. Шыққан нәтиженің дұрыстығы дәлелденбейді, тек есеп шартын қанағаттандыруы ғана тікелей тексеріледі.

Диофанттың «Арифметикасында» негізінен

$$Ax^2 + bx + c = y^2 \tag{1}$$

$$Ax^3 + bx^2 + cx + 1 = y^2 \tag{2}$$

түріндегі анықталмаған теңдеулер қарастырылады. Бұл теңдеулердің ішінде қазір «Пелль теңдеулері» деп аталып жүрген $x^2 - 2by^2 = 1$ және

$x^2 = 30y^2 - 1$ теңдеулер де бар. Диофантта сандар теориясының екі бүтін санның квадратының қосындысына жіктеу туралы тағы басқа теоремалары да кездеседі.

а мен *b* өзара жай сандары үшін $ax + by = 1$ түріндегі Диофант теңдеулерінің жалпы теориясын XVII ғасырдағы француз математигі Баше де Мезариак (1589 – 1638) құрады. Ол 1621 жылы Диофанттың «Арифметикасын» грек және латын тілдерінде түсініктемелер жазып бастырып шығарады. Екінші дәрежелі Диофант теңдеулерінің жалпы теориясын жасау жолында П.Ферма, Дж.Валлис, Л.Эйлер, Ж.Лагранж, К,Гаусс сияқты көрнекті математиктер көп еңбек сіңірді. Осының нәтижесінде XIX ғасырдың басында екі белгісізді екінші дәрежелі рационал коэффициентті

$$ax^3 + bxy + cy^2 + ax + by + f = 0 \qquad (3)$$

теңдеуін жалпы түрде шешу мәселесі қарастырылды. Диофант теңдеулері қазіргі математикада да жан-жақты зерттелуде.

Математиканы оқытудың маңыздылығы математикалық ойлау стилінің қалыптасуы болып табылады. Математикалық білім беру жалпы адамның мәдени қалыптасуына үлес қосады.

Диофант теңдеу дегеніміз – бүтін сандар арасындағы теңдеулер. Әрбір Диофант теңдеуін көп жағдайларда

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \qquad (4)$$

түрінде жазуға болады, мұндағы: $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ коэффициенттері бүтін сан болатын көпмүше.

Іс жүзінде Диофант теңдеулерін шешу күрделі мәселе. Атап айтқанда, екі айнымалды $f(x, y) = 0$ түріндегі теңдеулерді шешу мәселесі әлі толық шешілмеген.

Атап айтқанда, $f(x, y)$ көпмүшесінің дәрежесі бір және екі болғанда ғана толық шешілген.

Ал, $f(x, y)$ көпмүшесінің дәрежесі екіден артық болса, $f(x, y) = 0$ теңдеуінің шешімдер саны ақырлы болатындығы дәлелденген. Бірақ шешімдерді қалай табу алгоритмі жоқ. Мысалы, осы салада зор үлес қосқан Морделл $y^3 = x^2 + k$ түріндегі теңдеулерді қарастырған. Сонда да осы жұмыста бір қатар Диофант теңдеулері қаралған.

Есептер әр түрлі әдебиеттен және арнайы есептер жинағынан алынып, шамамыз келгенше шешілген.

Бір айнымалды бірінші дәрежелі теңдеуді қарастырайық.

$$a_1 x + a_0 = 0 \qquad (5)$$

мұндағы a_1 және a_0- бүтін сандар. Егер де a_0 саны a_1-ге бөлінсе, онда бұл теңдеу бүтін сан болады: $x = -\frac{a_0}{a_1}$.

Бүтін сандарда (5) теңдеудің әрқашан шешімі бола бермейді. Осы екі теңдеудің, мысалы. $3x - 27 = 0$ және $5x + 21 = 0$. Бірінші теңдеудің шешімі бүтін сан болса, ал екінші теңдеудің шешімі жоқ.

Мысалы, бірінші теңдеудің $x^2 + x - 2 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = -2$ – бүтін шешімі бар, ал мына жағдайда бүтін санның шешімі болмайды, себебі оның түбірі иррационал $x^2 - 4x + 2 = 0,\ \ x_1 = 2 + \sqrt{2},\ x_2 = 2 - \sqrt{2}$.

Бүтін коэффициентті n-дәрежелі бүтін түбірлі теңдеу мына формуламен жеңіл табылады.

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0\ (n \geq 1) \tag{6}$$

нақты $x = a$ мына теңдеудің бүтін түбірі болса, онда

$$a_0 = -a(a_n a^{n-1} + a_{n-1} a^{n-2} + \ldots + a_1). \tag{7}$$

Әдебиеттер тізімі

1 Виноградов И.М., Основы теории чисел, Гостехиздат, Москва,1981.

2 Бухштаб А.А., Теория чисел, Учпедгиз, Москва, 1960.

3 Лежен – Дирихле П.Г., Лекции по теории чисел, Гостехиздат,Москва-Ленинград, 1936.

4 Хассе Г., Лекции по теории чисел, Издательство иностранной литературы, Москва, 1953.

5Сушкевич А.К., Теория чисел (элементарный курс), Издательство Харьковского университета,1954.

6 Окунев Л.Я., Краткий курс теории чисел, Учпедгиз, Москва, 1956.

8 Михелович Ш.Х., Теория чисел, «Высшая школа», Москва, 1967.

9 Хинчин А.Я., Элементы терии чисел, Гостехиздат,Москва-Ленинград, 1951.

10 Серпинский В. 250 задач по теории чисел. – М.: Наука, 1972.

11 Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах. – М.: Наука, 1965.

12 Тр. МИАН СССР, 1984, том 168, страницы 31–45 (Mitm2221) http://www.mathnet.ru

13 Матем. заметки, 1980, том 28, выпуск 3, страницы 321–334 (Mi mz6426) http://www.mathnet.ru

Ғылыми жетекші: аға оқытушы Л.Қ.Дюсембаева