С.Сейфуллиннің 125 жылдығына арналған **«Сейфуллин оқулары – 15: Жастар, ғылым, технологиялар: жаңа идеялар мен перспективалар»** атты халықаралық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Международной научно-теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения – 15: Молодежь, наука, технологии – новые идеи и перспективы»**, приуроченной к 125-летию С.Сейфуллина. - 2019. - Т.II, Ч 1 - Б.139-141

ӨНДІРІСТІК ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ ТУЫНДЫНЫ ҚОЛДАНУ

Ермешева Т.Е.

$y = f(x)$ функциясы $(a, в)$ интервалында анықталған болсын. Осы интервалдан $x_0 + \Delta x$ нүктесі шықпайтындай етіп, x_0 аргументіне $\Delta x \neq 0$ өсімшесін берейік. Сонда $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіндегі сәйкес өсімшесі

$$\Delta y = \Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

болады.

Анықтама. $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіндегі туындысы деп Δx нөлге ұмтылғанда функция өсімшесінің аргумент өсімшесіне қатынасының шегін айтады.

$y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіндегі туындысын $f'(x_0)$ немесе $y'(x_0)$ деп белгілейді

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Егер $y = f(x)$ функциясының $(a, в)$ интервалдың әрбір x нүктесінде туындысы бар болса, онда ол туынды x аргументінің функциясы болып табылады және оны

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = y' = f'(x)$$

деп белгілейді.

Туындының экономикада қолданылуының кейбір мысалдарын қарастырамыз. Өндіру және тұтыну, сұраныс және ұсыныс теорияларының негізгі заңдарының бірі былай айтылады: Өндірушіге тиімді тауар көлемі шектік шығын мен шектік табыстың теңдігімен анықталады.

Еңбек өнімділігі туралы есеп. $u = u(t)$ функциясы t уақыт мөлшеріндегі өндірілген өнімнің саны u-ды көрсететін болсын. t_0 мезгіліндегі еңбек өнімділігін табу керек. t_0 уақытынан $t_0 + \Delta t$ уақытына дейін өндірілген өнімнің саны $u_0 = u(t_0)$ мәнінен $u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$ мәніне дейін өседі. Сондықтан осы уақыт ішінде ортақ еңбек өнімділігі

$$z_{орт} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

болады. Демек, t_0 уақыт мерзіміндегі еңбек өнімділігін

$$z = \lim_{\Delta t \leftarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

формуласымен анықтаған жөн. Сонымен, өндірілген өнім мөлшерінен уақыт бойыншы туындының еңбек өнімділігін беретінін көрдік.

1 есеп. Жұмысшылар бригадасының өндірген $u-$өнім көлемі $u = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100\,t + 50\,(á³ðë³ê),\ 1 \le t \le 8,$ мұндағы $t-$сағатпен берілген жұмыс уақыты, теңдеуімен берілген. Еңбек өнімділігін, жұмыс басталғасын 1 сағатта және аяқталуға 1 сағат қалғандағы өзгерісін есептеу керек.

Шешімі: Еңбек өнімділігі туынды арқылы табылады

$$z(t) = u'(t) = -\frac{5}{2}t^2 + 15\,t + 100\ (á³ð/ñàº).$$

$t_1 = 1$ және $t_2 = 8 - 1 = 7$ болғанда $z(1) = 112,\ 5\ (á³ð/\ ñàº),$ және $z(7) = 82,\ 5\ (á³ð/\ ñàº).$ Жұмыс аяғына қарай еңбек өнімділігі төмендейді.

Ең көп таралған экономикалық заңдылықтардың бірі – кемімелі табыс заңы былай айтылады: Өндіріс өскен сайын әрбір жаңа ресурстан (еңбек ресурсын, технологиялық ресурс) алынған қосымша өнім бір уақыттан кейін кеми бастайды. Басқа сөзбен айтқанда, егер Δx- ресурс өсімшесі, ал Δy- шығатын өнім өсімшесі болса, онда $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ шамасы x өскен сайын кемиді[1].

2 есеп. ***Алқап жолдары***. Егістік алқаптарын, әдетте, механизациялау жұмыстарын оңтайлы әрі тиімді жүргізу мақсатында тік төртбұрыш қалпында жобалайды. Осыған орай, егістік алқаптарының жолдарын тік төртбұрыш қабырғаларымен беттесетіндей жобалаған жөн.

Егер тік төртбұрышты алқап егістік жолымен қоршалған болса, алқаптың кез келген жерінен астық ең қысқа жолмен негізгі жолға дейін тасымалданады да, содан кейін тік төртбұрыштың қажетті төбесіне дейін жеткізіледі. Алқаптан астықты шығару бойынша жүк тасымал жұмысы келесі формуламен анықталатыны белгілі:

$$A = k\left(9a^2b + 6ab^2 - a^3\right),$$

бұл жерде *а*- алқаптың ені, *в* - ұзындығы, k- астықтың мөлшеріне байланысты қандай да бір коэффициент. Осы берілген *S* алқабының барлық тік төртбұрыштарының ішінен, *A* жүктеу жұмысы ең аз болып табылатын таңдау керек.

Шешуі: *x*- алқаптың ені болсын, ($0 < x \le \sqrt{S}$ болады деп есептеуге болады). Олай болса, онда оның ұзындығы S/x , ал жүктеу жұмысы

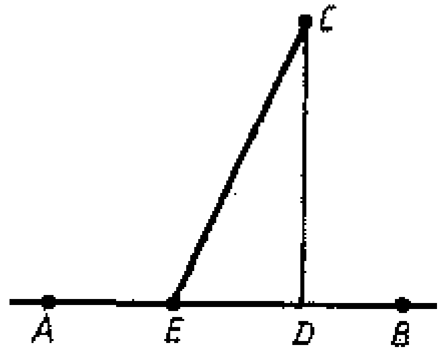
$$A = k\left(\frac{6S^2}{x} + 9Sx - x^3\right)\ \text{болады.}$$

l=[0;√S] аралығындағы A(x) функциясының ең кіші мәнін табу керек. Туындыны табайық

$$A'(x) = -\frac{3k(x^2 - S)(x^2 - 2S)}{x^2}.$$

]0;√S[интервалында A'(x)<0 болғандықтан, A функциясы *l* аралығында кемиді. Сондықтан, ол $x = \sqrt{S}$ болғанда ең төменгі мәнге ие болады, яғни тік төртбұрышымыз квадрат болады[2].

3 есеп. *Көлік*. *C* - бірлескен шаруашылықтың орталық саяжайы (1 Сурет) *A* -аудан орталығынан 50 км қашықтықта және аудан орталығы арқылы өтетін магистральдан 30 км қашықтықта орналасқан. Жеткізу жолымен салыстырғанда, магистраль бойымен жүк тасымалдау бірлескен шаруашылық үшін 2 есе арзан түсетінін ескерететін болсақ, *C*-дан *A*-ға дейін және *A*-дан *C*-ға дейін жүк тасымалдау құнын төмендету үшін *C* –дан магистральға қатысты жеткізу жолын қандай бұрышпен жүргізу керек?



1 Сурет

Шешуі: $DE = x$ болсын. Сонда

$$CE = \sqrt{900 + x^2}, \quad AE = AD - x = 40 - x.$$

болады. 1 км магистраль бойымен 1 тонна жүкті тасымалдау бағасын *p* арқылы белгілеп, *A*-дан *C*-ға дейін (немесе кері бағытта) 1 тонна жүк тасымалының құнын табамыз:

$$T(x) = p(40 - x) + 2p\sqrt{900 + x^2} \qquad (0 \le x \le 40).$$

T функциясының [0;40] кесіндісіндегі ең кіші мәнін табу керек. Туындыны анықтайық:

$$T'(x) = -p + \frac{2px}{\sqrt{900 + x^2}}.$$

Қарастырылып кесіндіде *T* функциясының кризистік нүктесі біреу $x_0 = 10\sqrt{3}$ болады, әрі $T(x_0) = (40 + 30\sqrt{3})p$ және $T(0) = T(40) = 100p$ болады[3]. Ендеше, x_0 нүктесінде функция ең кіші мәнін қабылдайды. Енді кіру бұрышын табу оңай, яғни:

$$tg\alpha = \frac{30}{10\sqrt{3}} = \sqrt{3}, \quad \alpha = 60^\circ.$$

Әдебиеттер тізімі

1. С.Б. Әубәкір. Жоғары математика. 1,2 бөлім.-Алматы, 2000.
2. Е.Ә. Ақжігітов. Экономистерге арналған математика. 1,2-бөлімдер. Оқулық. – Астана. - 2015.
3. Fiorilli, C (Fiorilli, Caterina)[1]; Albanese, O (Albanese, Ottavia)[2]; Gabola, P(Gabola, Piera)[3];Pepe, A(Pepe, Alessandro)[2] SCANDINAVIAN JOURNAL OF EDUCATIONAL RESEARCH, Том: 61, Выпуск:2, Стр.: 127-138, DOI: 10.1080/00313831.2015.1119722, Опубликовано:APR 2017, Идентификационный номер: WOS:000393802900001, ISSN: 0031-3831, eISSN: 1470-1170, Impact Factor: Journal Citation Reports®, Номер IDS: EK3CF, Пристатейных ссылков Web of Science Core Collection: 68.

Ғылыми жетекшісі: Дюсембаева Л.Қ. «Жоғары математика»кафедрасының аға оқытушысы, магистр