

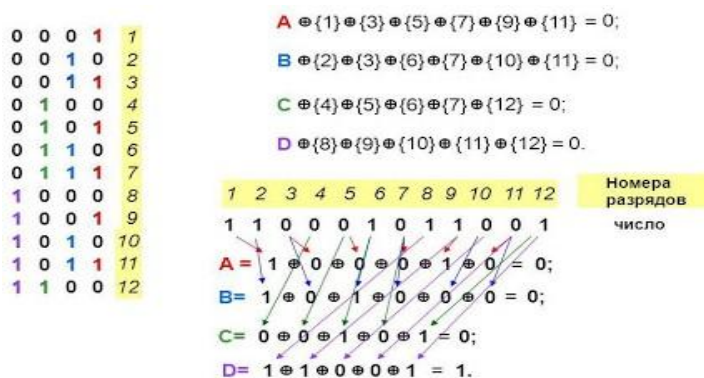
«Сейфуллин окулары – 16: Жаңа формациядағы жастар ғылыми – Қазақстанның болашағы» атты халықаралық ғылыми-теориялық конференциясының материалдары = Материалы Международной научно-теоретической конференции «Сейфуллинские чтения – 16: Молодежная наука новой формации – будущее Казахстана. - 2020. - Т.II. - С. 370-372

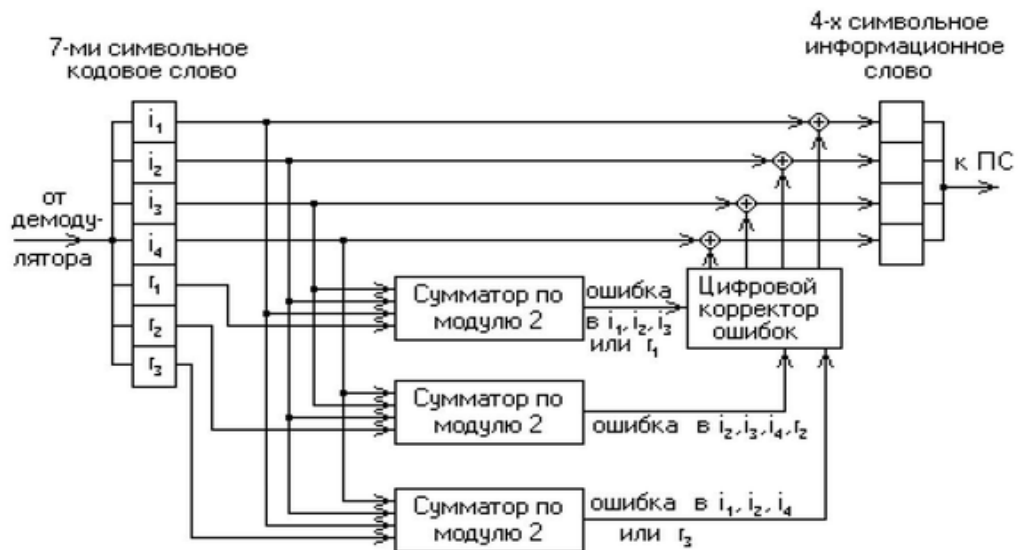
КОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ С ПОМОЩЬЮ КОДА ХЭММИНГА

Ибраев Т.

В середине 1940-х годов в лаборатории фирмы Белл ([Bell Labs](#)) была создана счётная машина Bell Model V. Это была электромеханическая машина, использующая релейные блоки, скорость которых была очень низка: один оборот за несколько секунд. Американский ученый Ричард Хэмминг в [1950 году](#) опубликовал способ, который известен как код Хэмминга. Хэмминг был первым, кто предложил конструктивный метод построения кодов с избыточностью и простым декодированием. Его труд предопределил направление большинства работ в этой области, последовавших позже. ([1],[4])

Построение кодов Хэмминга основано на принципе проверки на четность числа единичных символов: к последовательности добавляется такой элемент, чтобы число единичных символов в получившейся последовательности было четным. ([2], [3])





Рассмотрим на примере применение данного кодирования. Закодируем сообщение кодом Хэмминга 0011010111. Для кодирования данного сообщения длиной $m = 10$ потребуется $k = 4$ дополнительных разряда, т.е. на выходе получим сообщение длиной $n = 14$ (количество дополнительных разрядов подбирали из соотношения $2^k \geq n+1$, где n – число полученных разрядов, k – число дополнительных разрядов) [2].

Пусть закодированное сообщение имеет вид $b_{13} b_{12} b_{11} b_{10} b_9 b_8 b_7 b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1$, причем разряды b_1, b_2, b_4, b_8 , будут контрольными, а остальные информационными.

Помещаем в информационные разряды исходного числа по порядку, т.е.

$$b_3 = 0, b_5 = 0, b_6 = 1, b_7 = 1, b_9 = 0, b_{10} = 1, b_{11} = 0, b_{12} = 1, b_{13} = 1, b_{14} = 1.$$

Теперь найдем значения контрольных разрядов.

Введем для удобства следующие множества:

$$V_1 = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, - \text{ все числа, у которых первый разряд равен 0.}$$

$$V_2 = 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, - \text{ все числа, у которых второй разряд равен 0.}$$

$$V_3 = 4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, - \text{ все числа, у которых третий разряд равен 1.}$$

$$V_4 = 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, - \text{ все числа, у которых четвертый разряд равен 0.}$$

Далее под \oplus будем понимать сложение по модулю 2.

$$\text{Тогда } b_1 = b_3 \oplus b_5 \oplus b_7 \oplus b_9 \oplus b_{11} \oplus b_{13} = 0 \text{ (все разряды из } V_1, \text{ кроме первого)}$$

$$b_2 = b_3 \oplus b_6 \oplus b_7 \oplus b_{10} \oplus b_{11} \oplus b_{14} = 0 \text{ (все разряды из } V_2, \text{ кроме первого)}$$

$$b_4 = b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 \oplus b_{12} \oplus b_{13} \oplus b_{14} = 1 \text{ (все разряды из } V_3, \text{ кроме первого)}$$

$$b_8 = b_9 \oplus b_{10} \oplus b_{11} \oplus b_{12} \oplus b_{13} \oplus b_{14} = 0 \text{ (все разряды из } V_4, \text{ кроме первого)},$$

Таким образом, получили код 00010110010111.

По методу Хемминга могут быть построены коды разной длины. При этом, чем больше длина кода, тем меньше относительная избыточность. Коды Хэмминга используют в основном для контроля передачи информации по каналам связи, что имеет место в вычислительных системах с телеобработкой данных или в системах коллективного пользования.

Список литературы:

1. Питерсон У., Уэлдон Э. «Коды, исправляющие ошибки»: Пер. с англ. /М.: Мир./ 1976, 594 с.
2. Пенин П. Е., Филиппов Л. Н. «Радиотехнические системы передачи информации»./ М.: РадиоиСвязь / 1984, 256 с.
3. Fish, W., [Key, J.D.](#), [Mwambene, E.](#), [Rodrigues, B.G.](#) «[Hamming graphs and special LCD codes.](#)»/ [Journal of Applied Mathematics and Computing](#)/61(1-2), 2019 с. 461-479
4. <https://www.computer-museum.ru/galglory/hamming.htm> (дата обращения: 12.03.2020).

*научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Аскарлова А.Ж.
кафедры «Высшая математика»*