Қазақстан Республикасының Бірінші Президенті күніне арналған **«Сейфуллин оқулары – 9:** Жоғарғы білім және ғылым дамуындағы жаңа бағыт» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференция материалдары = Материалы Республиканской научно- теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения – 9:** Новый вектор развития высшего образования и науки» посвященная дню Первого Президента Республики Казахстан. – 2013. – Т.2, ч.2 – Б. 23-24

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ЖУЫҚТАП ЕСЕПТЕУ ӘДІСТЕРІ

Алғибай Е.

Дифференциалдық теңдеулердің шешімі барлық кезде элементар немесе арнаулы функциялар арқылы өрнектеле бермейтіні белгілі. Мысалы, сырттай қарағанда қарапайым көрінетін $x = t^2 + x^2$ теңдеуінің шешімі элементар функциялар көмегімен жазылмайды. Көп жағдайларда дифференциалдық теңдеулер белгісіз функция бойынша сызықты емес күрделі түрдегі тәуелділікте болады. Ол тәуелділік кей жағдайда эксперименттік есептеулердің белгілі бір кестесі арқылы берілуі мүмкін. Бұл жағдайларда есепті шешудің үйреншікті әдістері не іске аспауы, не мерзімнен тысқары уақыт алатын есептеулерге әкеп тіреуі мүмкін. Сондықтан ол есептердің сандық сипаттамаларын жеткілікті дәлдікпен анықтайтын әдістерді табудың маңызы зор.

Демек, дифференциалдық теңдеулерді жуықтап есептеу әдістерінің мынадай түрлері бар:

- Эйлер әдісі
- Рунге-Кутта әдісі
- Адамс әдісі

Эйлер әдісіне тоқталайық.

Коши есебі берілсін:

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x), \qquad x(t_0) = x_0 \tag{1}$$

және оның жалғыз шешімінің бар болуын қамтамасыз ететін шарттар орындалсын. Шешім ізделінетін кесінді $[t_0;T]$ болсын $(T \le \bar{t})$. Бұл кесіндіні ұзындығы $h = \frac{T - t_0}{n}$ - қа тең n бөліктерге бөлейік. Бөлу нүктелерін солдан оңға қарай $t_0, t_1, ...t_{n-1}, t_n = T$ арқылы белгілейік, яғни $t_0 = t_0, t_i = t_{i-1} + h, \quad i = \overline{1,n}$. Эйлердің есептеу әдісінің түбірінде Эйлердің сынық сызық тәсілі жатыр. Сынық сызық тәсілінің мәнісі - (1) есептің интегралдық кисығының орнына оған жақын сынық сызық құру. Ол сынық сызық былайша құрылады. Бірінші қадамда, яғни $t \in [t_0;t_1]$ болған кездегі $f(t,x)$ функциясының мәндері үшін $f(t_0,x_0)$ мәнін аламыз. Онда (1) =>

$$\frac{dx}{dt} = f(t_0, x_0), x(t_0) = x_0$$

Бұл есептің шешімі болып мына кесінді

$$x_1(t) = x_0 + f(t_0, x_0)(t - t_0), t \in [t_0, t_1]$$

табылады. Ол шешім $t = t_1$ нүктесінде

$$x_1 := x_1(t) = x_0 + f(t_0, x_0)(t - t_0),$$

мәнін қабылдайды. Екінші қадамда бастапқы нүкте есебінде (t_1, x_1) нүктесін аламыз да, $f(t,x)$ функциясының мәні үшін $f(t_1, x_1)$ - ді аламыз. Онда

$$x_2(t) = x_1 + f(t_1, x_1)(t - t_1), t \in [t_1, t_2]$$

болады. Осылайша жалғастыра беру арқылы, $[t_0;T]$ кесіндісінде анықталған, үзіліссіз сынық аламыз. Ол сынық сызық шешімнің бар және жалғыз болуын қамтамасыз ететін шарттар орындалғанда, толығынан шешімнің графигі жататын облыста орналасады. Кейіннен келтіретін жуықтап есептеу әдістерінде де жуық шешімдердін графигі дәл шешімнің графигі, яғни интегралдық қисық жататын облыста толығынан жатады деп есептейміз.

Сонымен

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = f(t_{i-1}, x_{i-1}), t \in [t_{i-1}; t_i], x_i(t_{i-1}) = x_{i-1}$$

Бұдан:

$$x_i(t) = x_{i-1} + f(t_{i-1}, x_{i-1})(t - t_{i-1}), t \in \lfloor t_{i-1}, t_i \rfloor$$

(2)

$$x_0 = x_0, \quad x_i = x_{i-1} + hf(t_{t-1}, x_{i-1}) \qquad i = \overline{1,n} \qquad (3)$$

Сонымен, ғылыми жұмысты қорытындылай келгенде, дифференциалдық теңдеулерді жуықтап шешу есептеу әдістері, Эйлер, Рунге-Кутта, Адамс әдістерінің негізгі ұғымдарын қарастырдым.Және де осы әдістерге байланысты есептер шешіліп, теоремалардың дәлелдемесі келтірілді.

Жетекші: аға оқытушы Л.Қ. Дүйсембаева