Қазақстан Республикасының Бірінші Президенті күніне арналған **«Сейфуллин оқулары – 9:** жоғарғы білім және ғылым дамуындағы жаңа бағыт» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференция материалдары = Материалы Республиканской научно- теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения – 9:** новый вектор развития высшего образования и науки**»** посвященная дню Первого Президента Республики Казахстан. – 2013. – Т.1, ч.1 – С. 215-216

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ И МЕТОД РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

А.А.Абдраман, А.К.Кудайкулов,
З.К.Баймуханов, Т.Табыс

Рассматривается теплоизолированный однородный стержень ограниченной длины l, на площадь поперечного сечения левого конца которой подведен тепловой поток q [$\frac{Вт}{см^2}$], а температура окружающей среды $T_{ос}$[^0C]. Коэффициенты линейного теплового расширения $\alpha\left[\frac{1}{^0C}\right]$ и теплопроводности $k_{xx}\left[\frac{Вт}{см\cdot^0C}\right]$ материала стержня, а $\mathrm{E}\left[\frac{кГ}{см^2}\right]$- модуль упругости и $\mathrm{F}[см^2]$- площадь поперечного сечения стержня.

Требуются определить поле распределения температуры, величины удлинения и значение возникающего сжимающего усилия. Для решения данной задачи поле распределения температуры аппроксимируем полным полиномом 2-го порядка

$$\mathrm{T}(\mathrm{x}) = ax^2 + bx + c = \frac{l^2 - 3lx + 2x^2}{l^2}T_i + \frac{4lx - 4x^2}{l^2}T_j + \frac{2x^2 - lx}{l^2}T_k \quad 0 \le x \le l\,, \qquad (1)$$

где $T_i = T(x=0);\ T_j = T(x=\frac{l}{2});\ T_k = T(x=l)$. Далее подставляя (1) в выражение функционала полной тепловой энергии [1], после интегрирования которого имеем:

$$J = \frac{EF}{6l}\left(7T_i^2 - 16T_iT_j + 2T_iT_k - 16T_iT_k + 16T_j^2 + 7T_k^2\right) + FqT_i + \frac{Fh}{l}\left(T_k - T_{ос}\right). \qquad (2)$$

Минимизируя J по T_i , T_j и T_k можно получить разрешаемую систему уравнений и решив ее находятся T_i , T_j и T_k. Подставляя их значения в (1) определяется поле распределения температуры

$$T\left(x,l,h,T_{ос},k_{xx},q\right) = \left(T_{ос} - \frac{q}{h} - \frac{ql}{k_{xx}}\right) + \frac{q}{k_{xx}}x\,, \quad 0 \le x \le l\,. \qquad (3)$$

Согласно закону теплопроводности сплошных сред [2] определяется величина удлинения исследуемого стержня

$$\Delta l_T = \int_0^l \alpha T dx = \alpha\left[\left(T_{ос} - \frac{q}{h} - \frac{ql}{k_{xx}}\right)l + \frac{ql^2}{2k_{xx}}\right] = \alpha l\left(T_{ос} - \frac{q}{h} - \frac{ql}{2k_{xx}}\right)\,. \qquad (4)$$

Если концы стержня защемлены, то возникает осевое сжимающее усилие R [$kГ$], значение которой выводится из условия совместности деформации:

$$R = -\frac{EF}{l}\alpha l\left(T_{oc} - \frac{q}{h} - \frac{ql}{2k_{xx}}\right) = -EF\alpha\left(T_{oc} - \frac{q}{h} - \frac{ql}{2k_{xx}}\right) \quad (5)$$