Қазақстан Республикасының Бірінші Президенті күніне арналған **«Сейфуллин оқулары – 9:** жоғарғы білім және ғылым дамуындағы жаңа бағыт» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференция материалдары = Материалы Республиканской научно- теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения – 9:** новый вектор развития высшего образования и науки**»** посвященная дню Первого Президента Республики Казахстан. – 2013. – Т.1, ч.1 – Б. 233-235

АҚЫРЛЫ КӨЛЕМ ӘДІСІНІҢ ТОЛҚЫНДАРДЫ МОДЕЛЬДЕУДЕ ҚОЛДАНЫЛУЫ

Оспанова А.Ж.

Өнеркәсіп пен ғылымның қарқындап дамуы әртүрлі әдістерді, аспаптарды және заманауи технологияларды қажет етеді. Көптеген практикалық есептерді шешу барысында физиканың заңдарын пайдаланамыз. Атап айтсақ, классикалық механика есептерін шешуде, берілген ортада толқындардың таралу заңдылықтарын және олардың қандай да бір нысандармен әсерлесу үдерістерін математикалық, нақтылап айтсақ, компьютерлік модельдердің қасиеттері қолданылады.

Математикалық модельдеудің ең дәл сандық әдісі болып ақырлы көлем әдісі саналады. Берілген жұмыста, яғни толқындардың компьютерлік үш өлшемді модельдерін алу үшін ақырлы көлем әдісін қолданамыз.

Ақырлы көлем әдісі - көлемнің нақты бірдей бөлшектерге бөлінуіне және өзара
қатынастарын қарастыруға негізделген. Көршілес жатқан бөлшектердің өзара әсерлесуі Ньютонның бірінші және екінші, Гук заңдары бойынша төмендегідей жазылады:

$$\rho\dot{v}_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + f_x \qquad \rho\dot{v}_y = \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + f_y$$

$$\dot{T}_{xx} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda\frac{\partial v_y}{\partial y} + g_{xx} \quad \dot{T}_{yy} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda\frac{\partial v_x}{\partial x} + g_{yy} \quad \dot{T}_{xy} = \mu\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right) + g_{xy}$$

Бұл жерде ρ - тығыздық, f - көлемдік күш , T- деформация тензоры және g - әсерлесудің бастапқы жағдайы.

Жоғарыда алынған теңдеулердің шешімін табу үшін Грин [2] теоремасын қолданамыз:

$$\iint_{A_{xy}} \rho\dot{v}_x dxdy = \iint_{A_{xy}} \left[\frac{\partial T_{xx}}{dx} + \frac{\partial T_{xy}}{dy} + f_x\right] dxdy = \oint_{\partial A_{xy}} \left[T_{xx}dy - T_{xy}dx\right] + \iint_{A_{xy}} f_x dxdy$$

Бұл жерде dx және dy қарапайым бөлшектердің сызықтық өлшемдері.

$$\rho\dot{v}_x \Delta x\Delta y = \left[T_{xx}^{(r)} - T_{xx}^{(l)}\right]\Delta x + \left[T_{xy}^{(d)} - T_{xy}^{(u)}\right]\Delta y + f_x\Delta x\Delta y$$

болғандықтан,

$$\dot{v}_x = \frac{\left[T_{xx}^{(r)} - T_{xx}^{(l)}\right]}{\rho\Delta x} + \frac{\left[T_{xy}^{(d)} - T_{xy}^{(u)}\right]}{\rho\Delta y} + \frac{f_x}{\rho} \qquad \dot{v}_y = \frac{\left[T_{yy}^{(d)} - T_{yy}^{(u)}\right]}{\rho\Delta y} + \frac{\left[T_{xy}^{(r)} - T_{xy}^{(l)}\right]}{\rho\Delta x} + \frac{f_y}{\rho}$$

Деформация тензорлары осы әдіспен есептелінеді:

$$\dot{T}_{xx} = (\lambda + 2\mu)\frac{[v_x^r - v_x^l]}{\Delta x} + \lambda\frac{[v_y^d - v_y^u]}{\Delta y} + g_{xx} \qquad \dot{T}_{yy} = (\lambda + 2\mu)\frac{[v_y^d - v_y^u]}{\Delta y} + \lambda\frac{[v_x^r - v_x^l]}{\Delta x} + g_{yy}$$

$$\dot{T}_{xy} = \mu\frac{[v_x^d - v_x^u]}{dy} + \mu\frac{[v_y^r - v_y^l]}{dx} + g_{xy}\Delta x\Delta y$$

Сонымен, біз жүйені сипаттайтын координата мен уақыттан тәуелді бес параметрді алдық:

$$V_x(x,y,t),\ V_y(x,y,t), T_{xx}(x,y,t), T_{yy}(x,y,t), T_{xy}(x,y,t).$$

Жоғарыда алынған өрнектерді ақырлы айырма әдістерін пайдаланып, төмендегідей жазуға болады:

$$\dot{v}_x(x,y,t) = \frac{T_{xx}(x,y,t) - T_{xx}(x+1,y,t)}{\rho(x,y)\partial x} + \frac{T_{xy}(x,y,t) - T_{xy}(x,y-1,t)}{\rho(x,y)\partial y} + f_x$$

$$\dot{v}_y(x,y,t) = \frac{T_{yy}(x,y+1,t) - T_{yy}(x,y,t)}{\rho(x,y)\partial y} + \frac{\partial T_{xy}(x,y,t) - \partial T_{xy}(x-1,y,t)}{\rho(x,y)\partial x} + f_y$$

$$\dot{T}_{xx}(x,y,t) = (\lambda(x,y) + 2\mu(x,y))\frac{v_x(x,y,t) - v_x(x-1,y,t)}{\partial x} + \lambda(x,y)\frac{v_y(x,y,t) - v_y(x,y-1,t)}{\partial y} + g_{xx}$$

$$\dot{T}_{yy}(x,y,t) = (\lambda(x,y) + 2\mu(x,y))\frac{v_y(x,y,t) - v_y(x,y-1,t)}{\partial y} + \lambda(x,y)\frac{v_x(x,y,t) - v_x(x-1,y,t)}{\partial x} + g_{yy}$$

$$\dot{T}_{xy}(x,y,t) = \mu(x,y)\left(\frac{v_x(x,y+1,t) - v_x(x,y,t)}{\partial y} + \frac{v_y(x+1,y,t) - v_y(x,y,t)}{\partial x}\right) + g_{xy}$$

немесе,

$$v_x(x,y,t+1) = v_x(x,y,t) + \frac{T_{xx}(x,y,t) - T_{xx}(x+1,y,t)}{\rho(x,y)\partial x} + \frac{T_{xy}(x,y,t) - T_{xy}(x,y-1,t)}{\rho(x,y)\partial y} + f_x$$

$$v_y(x,y,t+1) = v_y(x,y,t) + \frac{T_{yy}(x,y+1,t) - T_{yy}(x,y,t)}{\rho(x,y)\partial y} + \frac{\partial T_{xy}(x,y,t) - \partial T_{xy}(x-1,y,t)}{\rho(x,y)\partial x} + f_y$$

$$T_{xx}(x,y,t+1) = T_{xx}(x,y,t) + (\lambda(x,y) + 2\mu(x,y))\frac{v_x(x,y,t) - v_x(x-1,y,t)}{\partial x} + \lambda(x,y)\frac{v_y(x,y,t) - v_y(x,y-1,t)}{\partial y} + g_{xx}$$

$$T_{yy}(x,y,t+1) = T_{yy}(x,y,t) + (\lambda(x,y) + 2\mu(x,y))\frac{v_y(x,y,t) - v_y(x,y-1,t)}{\partial y} + \lambda(x,y)\frac{v_x(x,y,t) - v_x(x-1,y,t)}{\partial x} + g_{yy}$$

$$T_{xy}(x,y,t+1) = T_{xy}(x,y,t) + \mu(x,y)\left(\frac{v_x(x,y+1,t) - v_x(x,y,t)}{\partial y} + \frac{v_y(x+1,y,t) - v_y(x,y,t)}{\partial x}\right) + g_{xy}$$

Ғылыми жетекшісі: ф.м.ғ.к., доцент Жантлесов Ж.Х.