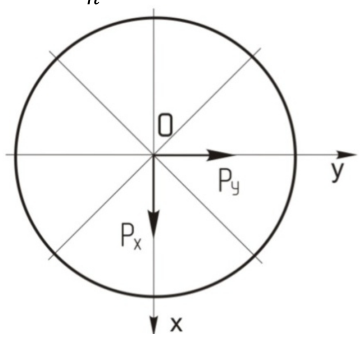
Қазақстан Республикасының Бірінші Президенті күніне арналған **«Сейфуллин оқулары – 9:** жоғарғы білім және ғылым дамуындағы жаңа бағыт» атты Республикалық ғылыми-теориялық конференция материалдары = Материалы Республиканской научно- теоретической конференции **«Сейфуллинские чтения – 9:** новый вектор развития высшего образования и науки**»** посвященная дню Первого Президента Республики Казахстан. – 2013. – Т.1, ч.1 – С. 59-62

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ КОЛЕСА УКРЕПЛЕННОГО СТЕРЖНЯМИ

Санкибаев Т.Е., Горбунов Б.Н.

В инженерной практике часто встречается такая задача: колесо с помощью стержней соединено с центром. В центре колеса действует сила $\vec{P} = P_X\vec{\imath} + P_Y\vec{\jmath}$. Необходимо определить напряженное состояние стержней и колеса (рис.1).

Пусть колесо имеет радиус R и жесткость EI, стержни имеют жесткость E_0I_0.Предполагая число стержней-2n, расположенных симметрично, тогда они образуют между собой угол-$\frac{\pi}{n}$,усилия в стержнях -q_0, $q_1 \ldots q_{2n-1}$(рис. 2).



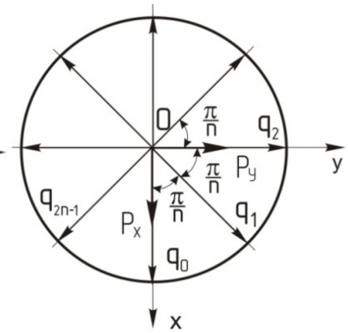


Рисунок 1 Рисунок 2

Условия равновесия для этих сходящихся сил равно

$$\sum F_{kx} = 0; \sum_{k=0}^{2n-1} q_k \cos\left(\frac{\pi}{n}k\right) + P_x = 0;(1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; \sum_{k=0}^{2n-1} q_k \sin\left(\frac{\pi}{n}k\right) + P_y = 0.(2)$$

Считая известными q_2, $q_3 \ldots q_{2n-1}$ определим q_0, q_1 из уравнений (1 и 2)

$$q_0 = -\sum_{k=0}^{2n-1} q_k \cos\left(\frac{\pi}{n}k\right) - P_x;(3)$$

$$q_1 = \left(\sum_{k=0}^{2n-1} q_k \sin\left(\frac{\pi}{n}k\right) - P_y\right)\frac{1}{\sin\frac{\pi}{n}}.(4)$$

Учитывая формулу (4) перепишем формулу (3) в виде

$$q_0 = \sum_{k=0}^{2n-1} \left(q_k \left[\cos\left(\frac{\pi}{n}k\right)\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right)\right]\frac{1}{\sin\frac{\pi}{n}} - \cos\left(\frac{\pi}{n}k\right) + P_y \mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{n}\right)\right) - P_x;(5)$$

Чтобы определить недостающие неизвестные q_2, $q_3 \ldots q_{2n-1}$ определим потенциальную энергию этих стержней

$$П = \frac{c}{2}(q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + \ldots + q_{2n-1}^2), \quad \text{где } c = \frac{R}{\mathrm{EI}}.(6)$$

Предварительно, определим

$\frac{\partial q_0}{\partial q_k} = \cos\left(\frac{\pi}{n}k\right)\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right)\frac{1}{\sin\frac{\pi}{n}} - \cos\left(\frac{\pi}{n}k\right)$;(7)

$\frac{\partial q_1}{\partial q_k} = -\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right)$; (8)

Условия равновесия, системы имеет такой вид

$\frac{\partial \Pi}{\partial q_k} = 0$,где$k = \overrightarrow{2; 2n-1}$;(9)

Перепишем, это условие, учитывая выражение (6)

$q_0\frac{\partial q_0}{\partial q_k} + q_1\frac{\partial q_1}{\partial q_k} + q_k = 0$,где$k = \overrightarrow{2; 2n-1}$,(10)

с учетом формулы (7) и (8) эти уравнения имеют вид:

$$\left(\sum_{k=0}^{2n-1}\left(q_k\left[\cos\left(\frac{\pi}{n}k\right)\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right)\right]\frac{1}{\sin\frac{\pi}{n}} - \cos\left(\frac{\pi}{n}k\right) + P_y\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{n}k\right)\right) - P_x\right)\cdot$$

$$\cdot\cos\left(\frac{\pi}{n}k\right)\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right) + \left(\sum_{k=0}^{2n-1}\left(q_k\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right) - P_y\right)\sin\left(\frac{\pi}{n}k\right)\right) + q_k = 0; \quad (11)$$

Из этой системыуравнений определяются силыq_2, $q_3 \ldots q_{2n-1}$. После чего из уравнений (4 и 5) определяют q_0иq_1.

Определим изгибающий момент упругого кольца со стержнями (спи-цами).Учитывая действие упругих стержней q_1,q_2, $q_3 \ldots q_{2n-1}$ на кольцо, разрезая кольцо в сеченииА (рис. 3), мы видим что, там появляется неизвестный изгибающий момент X. Для его определения составим каноническоеуравнение перемещений, выражающее условие равенства нулю взаимного угла поворота граней разреза. Каноническое уравнение имеет вид

$$\delta_{11}X + \Delta_{1q} = 0; \qquad (12)$$

Коэффициент этого уравнения определяем способом Мора,сначала рассматривая основную систему под действием заданных нагрузок q_1,q_2, $q_3 \ldots q_{2n-1}$ (рисунок 3), а затем под действием лишнего неизвестного усилия (рис.4) находим.

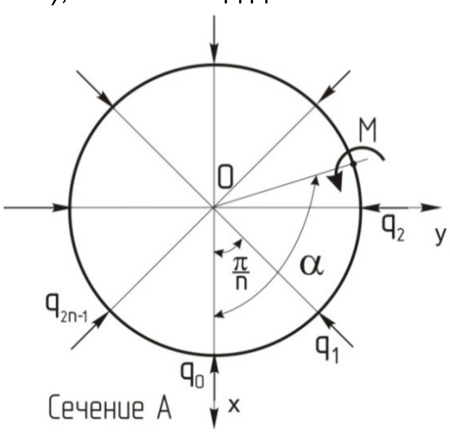


Рисунок 3

Рисунок 4

Влиянием осевых и поперечных усилий пренебрегаем. Тогда

$$\Delta_{1q} = \int_S \frac{\vec{M}_1 \vec{M}_\alpha dS}{EY};\ \delta_{11} = \int_S \frac{\vec{M}_1 M_k dS}{EY}.$$

Согласносхемы (рисунок3) изгибающий момент равен

– .(13)

Проинтегрировав

— – —— – – .

— ——

Тогда в сечении А изгибающий момент — (14)

Следовательно, изгибающий момент в любом сечении определим с помощью формулы (13).

Практический расчет. Рассмотрим кольцо с четырьмя стержнями (рисунок 5а,5б).

а) б)

Рисунок 5

Условия равновесия имеет вид:

; (15)

;

Считая, q_2, q_3 известными находим ; .(16)

Чтобы определить q_2, q_3 составим уравнение потенциальной энергиисистемы

– где с —.(17)

Решая систему уравненийравновесия (15) с учетом уравнения потенциальной энергии (17)находим

—, — — . — (18)

– — (19)

Заключение. Предложен аналитический способ описания моделивзаимодействия внешних сил со спицами и спиц с колесом. Данная методика имеет практическое значение ее можно использовать при проектировании колес со спицами.