Қазақстан Республикасы Тәуелсіздігінің 30 жылдығына арналған «Сейфуллин оқулары – 17: «Қазіргі аграрлық ғылым: цифрлық трансформация» атты халықаралық ғылыми – тәжірибелік конференцияға материалдар = Материалы международной научно – теоретической конференции «Сейфуллинские чтения – 17: «Современная аграрная наука: цифровая трансформация», посвященной 30 – летию Независимости Республики Казахстан.- 2021.- Т.1, Ч.2 - Б.144-148

ЕРІКТІ ЖЫЛУ КОНВЕКЦИЯСЫ ЕСЕПТЕРІ ҮШІН АЙҚЫН ЕМЕС ИТЕРАЦИЯЛЫҚ СҰЛБАНЫ ЗЕРТТЕУ

Асқаров Іляс Асқарұлы,
есептеу математикасы және кибернетика мамандығының студенті,
М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университетінің Қазақстан филиалы, Нұр-Сұлтан қ.
БейсебайПеризатБейсебайкызы,
қауымдастырылған профессор,
С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан қ.

Аталған жұмыс су динамикасында жылу процестерінің математикалық негізделу мәселелеріне арналады.

Жұмыста итерациялық алгоритмдердің математикалық негіздемелері үшін есептеу математикасы мен функциялық талдау әдістері қолданылды. Қарастырылған алгоритмдердің жинақтылығы мен жинақтылық жылдамдықтары бағаларының дәлелдемелері априорлық бағалар әдістерімен алынатын функциялық теңсіздіктер көмегімен жүргізілді.

Ұсынылған алгоритмдердің мүмкіндіктерін көрсету үшін есептеу тәжірибесі жүргізіледі.

Зерттеу нәтижесіндеайқындалмаған итерациялық айырымдық сұлбаның сызықтық және сызықтық емес теңдеулері үшін тұрақтылық және жинақтылық теоремалары дәлелденіп, жинақтылық жылдамдығының бағалары алынған [1-5].

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\ \nabla)\vec{u} + grad p = \Delta\vec{u} - \frac{Gr\vec{g}}{|\vec{g}|}\theta + \vec{f}(t,x), \quad (1)$$

$$div\vec{u} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\theta = \frac{1}{Pr}\cdot\Delta\theta + g(t,x), \quad (3)$$

Шектік шарт: $\bar{u} = \theta = 0$ при $x \in \partial D$
(4)

Бастапқы шарт: $\bar{u}(0, x_1, x_2, x_3) = \bar{u}^0(x_1, x_2, x_3)$, $\theta(0, x_1, x_2, x_3) = \theta^0(x_1, x_2, x_3)$,
(5)

Есептердің айырымдық шешімдері:

$$\frac{\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^n}{\tau} + L_{h,\bar{u}}\vec{u}^{n+1/2} + \overline{grad}_h\, p^n = \tilde{\Delta}_h \vec{u}^{n+1/2} - \frac{Gr\vec{g}}{|\vec{g}|}\theta^{n+1} + \vec{f}^{\,n}(x),$$
(6)

$$\frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^{n+1/2}}{\tau} + \overline{grad}_h\left(p^{n+1} - p^n\right) = 0,$$
(7)

$$div_h \bar{u}^{n+1} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\theta^{n+1} - \theta^n}{\tau} + L_{h,\theta}\theta^{n+1} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\tilde{\Delta}_h \theta^{n+1} + g^n(x), \tag{9}$$

(6) өрнегін $2\tau\bar{u}^{n+1/2}$ көбейткішіне скаляр көбейтіп және $L_{h,\bar{u}}$ энергетикалық бейтарапты екенін ескерсек:

$$\left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 - \|\vec{u}\|^2 + \left\|\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^n\right\|^2 + 2\tau\left(\overline{grad}_h\, p^n, \vec{u}^{n+1/2}\right) + 2\tau\left\|\tilde{\nabla}_h \vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 = -2\tau\frac{Gr}{|\vec{g}|}\left(\vec{g}\theta^{n+1}, \vec{u}^{n+1/2}\right) + 2\tau\left(\vec{f}^{\,n}, \vec{u}^{n+1/2}\right) \tag{10}$$

(7) өрнегін скаляр $\bar{u}^{n+1} + \bar{u}^{n+1/2}$ қосындысына көбейтсек:

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 + \tau(\overline{grad}_h\, p^{n+1} - \overline{grad}_h\, p^n, \vec{u}^{n+1} + \vec{u}^{n+1/2}) = 0$$
(11)

(7) теңдеуінің екі бөлігін скаляр $\tau^2\left(\overline{grad}_h\, p^{n+1} + \overline{grad}_h\, p^n\right)$ көбейтсек

$$\tau\left(\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^{n+1/2}, \overline{grad}_h\, p^{n+1} + \overline{grad}_h\, p^n\right) + \tau^2\left(\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2 - \left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2\right) = 0. \tag{12}$$

Соңғыекі теңдеуді қоссақ

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2 - \left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 + \tau^2\left(\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2 - \left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2\right) + 2\tau\left(\vec{u}^{n+1}, \overline{grad}_h\, p^{n+1}\right) - 2\tau\left(\vec{u}^{n+1/2}, \overline{grad}_h\, p^n\right) = 0.$$

Тығыздық теңдеуін ескере отырып (8) өрнегін келесі түрге келтіреміз:

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2 + \tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2 - 2\tau(\vec{u}^{n+1/2}, \overline{grad}_h\, p^n) = \left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 + \tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2 \tag{13}$$

(13) және (10) теңдіктерін бөліктеп қосып, төмендегідей түрге келтіреміз

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2+\left\|\vec{u}^{n+1/2}-\vec{u}^n\right\|^2+2\tau\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2=\left\|\vec{u}^n\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2-2\tau\frac{Gr}{|\vec{g}|}\left(\vec{g}\theta^{n+1},\vec{u}^{n+1/2}\right)+2\tau\left(\vec{f}^n,\vec{u}^{n+1/2}\right).$$

Коши-Буняковскийдің теңсіздігін қолдансақ

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2+\left\|\vec{u}^{n+1/2}-\vec{u}^n\right\|^2+2\tau\left\|\tilde{\nabla}_{h,\vec{u}}\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2\le\left\|\vec{u}^n\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2+2\tau Gr\left\|\theta^{n+1}\right\|\left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|+2\tau\left\|\vec{f}^n\right\|\left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|.$$

(14)

$\delta_0\|\vec{u}\|^2\le\|\nabla\vec{u}\|^2$ және $a\cdot b\le\varepsilon a^2+\dfrac{b^2}{4\varepsilon}$ теңсіздіктерінқолдансақ, мұндағы $\delta_0=4\sum\limits_{\alpha=1}^{3}\dfrac{1}{h_\alpha^2}\sin^2\dfrac{\pi h}{2}=\dfrac{12}{h^2}\sin^2\dfrac{\pi h}{2}$ - айырымдық Лаплас операторының ең аз меншікті саны, ε - кез келген оң сан, онда бағалаулар:

$$\left\|\theta^{n+1}\right\|\left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|\le\frac{1}{\sqrt{\delta_0}}\left\|\tilde{\nabla}_h\theta^{n+1}\right\|\frac{1}{\sqrt{\delta_0}}\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|\le\frac{1}{\delta_0}\left(\varepsilon_1\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2+\frac{1}{4\varepsilon_1}\left\|\tilde{\nabla}_h\theta^{n+1}\right\|^2\right),$$

$$\left\|\vec{f}^n\right\|\left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\|\le\frac{1}{\sqrt{\delta_0}}\left(\varepsilon_1\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2+\frac{1}{4\varepsilon_2}\left\|\vec{f}^n\right\|^2\right),$$

(ε_1, ε_2-дербес оң сандар).

Бұл бағалауларды (14) өрнегінің екі соңғы оң бөлімінің қосындысына қолдансақ

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2+\left\|\vec{u}^{n+1/2}-\vec{u}^n\right\|^2+2\tau\left\|\tilde{\nabla}_{h,\vec{u}}\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2\le\left\|\vec{u}^n\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2+2\tau Gr\frac{1}{\delta_0}\left(\varepsilon_1\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2+\frac{1}{4\varepsilon_1}\left\|\tilde{\nabla}_h\theta^{n+1/2}\right\|^2\right)+2\tau\frac{1}{\sqrt{\delta_0}}\left(\varepsilon_2\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2+\frac{1}{4\varepsilon_2}\left\|f^n\right\|^2\right).$$

Өрнекті қорта келсек

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^{n+1}\right\|^2+\left\|\vec{u}^{n+1/2}-\vec{u}^n\right\|^2+2\tau\left(1-\frac{\varepsilon_1 Gr}{\delta_0}-\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{\delta_0}}\right)\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2\le\left\|\vec{u}^n\right\|^2+\tau^2\left\|\overline{grad}_h\, p^n\right\|^2+\frac{\tau Gr}{2\varepsilon_1\delta_0}\left\|\tilde{\nabla}_h\theta^{n+1}\right\|^2+\frac{\tau}{2\varepsilon_2\sqrt{\delta_0}}\left\|\vec{f}^n\right\|^2$$

(15)

(9) өрнегін $2\tau\theta^{n+1}$ көбейткішіне скаляр көбейтсек және онда θ температурасы үшін

$$\left\|\theta^{n+1}\right\|^2-\left\|\theta^n\right\|^2+\left\|\theta^{n+1}-\theta^n\right\|^2+\frac{2\tau}{\Pr}\left\|\tilde{\nabla}_h\theta^{n+1}\right\|^2=2\tau(\vec{g}^n(x),\theta^{n+1}).$$

(16)

Одан соң, келесі теңсіздіктер көмегімен

$$\left|\left(g^n,\theta^{n+1}\right)\right|\le\left\|g^n\right\|\left\|\theta^{n+1}\right\|\le\frac{1}{\sqrt{\delta_0}}\left\|g^n\right\|\left\|\tilde{\nabla}_{h,\theta}\theta^{n+1}\right\|\le\frac{\sqrt{\Pr}}{\sqrt{\delta_0}}\left\|\vec{g}^n\right\|\frac{1}{\sqrt{\Pr}}\left\|\tilde{\nabla}_{h,\theta}\theta^{n+1}\right\|\le\varepsilon_3\frac{1}{\Pr}\left\|\tilde{\nabla}_{h,\theta}\theta^{n+1}\right\|^2+\frac{\Pr}{4\delta_0\varepsilon_3}\left\|\vec{g}^n\right\|^2,$$

мұндағы ε_3 - кез келген оң сан. Бұдан

$$\left\|\theta^{n+1}\right\|^2 - \left\|\theta^n\right\|^2 + \left\|\theta^{n+1} - \theta^n\right\|^2 + \frac{2\tau}{\Pr}(1-\varepsilon_3)\left\|\tilde{\nabla}_{h,\theta}\theta^{n+1}\right\|^2 \le \frac{\tau\Pr}{2\delta_0\varepsilon_3}\left\|g^n\right\|^2 .$$

(17)

$0<\varepsilon_3<1$, $\frac{Ra}{4\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0}$ бөлшегіне көбейтсек, мұндағы $Ra = Gr\Pr$ - Релей саны

$$\left\|\vec{u}^{n+1}\right\|^2 + \tau^2\left\|\overline{grad}_h p^{n+1}\right\|^2 + 2\tau\left(1-\frac{\varepsilon_1 Gr}{\delta_0}-\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{\delta_0}}\right)\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 + \left\|\vec{u}^{n+1/2}-\vec{u}^n\right\|^2 + \frac{Ra}{4\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0}\left(\left\|\theta^{n+1}\right\|^2 + \left\|\theta^{n+1}-\theta^n\right\|^2\right) \le$$

$$\le \left\|\vec{u}^n\right\|^2 + \tau^2\left\|\overline{grad}_h p^n\right\|^2 + \frac{Ra}{4\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0}\left\|\theta^n\right\|^2 + \frac{\tau}{2\sqrt{\delta_0}\varepsilon_2}\left\|\vec{f}\right\|^2 + \frac{Ra\Pr\tau}{8\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0^2\varepsilon_3}\left\|\vec{g}^n(x)\right\|^2$$

теңсіздігін аламыз.Белгілеу енгізсек

$$E^n = \left\|\vec{u}^n\right\|^2 + \tau^2\left\|\overline{grad}_h p^n\right\|^2 + \frac{Ra}{4\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0}\left\|\theta^n\right\|^2$$

$$E^{n+1} + 2\tau\left(1-\frac{\varepsilon_1 Gr}{\delta_0}-\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{\delta_0}}\right)\left\|\tilde{\nabla}_h\vec{u}^{n+1/2}\right\|^2 + \left\|\vec{u}^{n+1/2}-\vec{u}^n\right\|^2 + \frac{Ra}{4\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0}\left\|\theta^{n+1}-\theta^n\right\|^2 \le E^n + \frac{\tau}{2\sqrt{\delta_0}\varepsilon_2}\left\|\vec{f}^n\right\|^2 + \frac{Ra\Pr\tau}{8\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0^2\varepsilon_3}\left\|\vec{g}^n\right\|^2, \quad (18)$$

мұндағы ε_1, ε_2 дербес оң сандар, $0<\varepsilon_3<1$. Шарттардан $1-\frac{\varepsilon_1 Gr}{\delta_0}-\frac{\varepsilon_2}{\sqrt{\delta_0}} \ge \delta > 0$.

Онда $E^{n+1} \le E^n + \frac{\tau}{2\sqrt{\delta_0}\varepsilon_2}\left\|\vec{f}^n\right\|^2 + \frac{Ra\Pr\tau}{8\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0^2\varepsilon_3}\left\|\vec{g}^n\right\|^2$.

Берілген теңсіздікке ендігі қолданатын амал n қадамдар арқылы мына теңсіздікке әкеледі

$$E^n \le E^0 + \frac{\tau}{2\sqrt{\delta_0}\varepsilon_2}\left(\left\|\vec{f}^{n-1}\right\|^2 + \left\|\vec{f}^{n-2}\right\|^2 + \ldots + \left\|\vec{f}^0\right\|^2\right) + \frac{Ra\Pr\tau}{8\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0^2\varepsilon_3}\left(\left\|g^{n-1}\right\|^2 + \left\|g^{n-2}\right\|^2 + \ldots + \left\|g^0\right\|^2\right)$$

Белгілеу енгізе отырып $\left\|\vec{f}\right\|_* = \max\limits_{0\le n\le M}\left\|\vec{f}^n\right\|$, $\left\|g\right\|_* = \max\limits_{0\le n\le M}\left\|g^n\right\|$ екенін аламыз, $E^n \le E^0 + \frac{n\tau}{2\sqrt{\delta_0}\varepsilon_2}\left\|\vec{f}\right\|_*^2 + \frac{Ra\Pr}{8\varepsilon_1(1-\varepsilon_3)\delta_0^2\varepsilon_3}n\tau\left\|g\right\|_*^2$, $n\tau \le T$ тор құруын ескерсек $0 \le E^n \le E^0 + M_1\left\|\vec{f}\right\|_{(*)}^2 + M_2\left\|g\right\|_{(*)}^2$, мұндағы M_1, M_2 - тұрақты, h және τ-дан тәуелсіз, яғни E^n - n бойынша шектелген теріс емес өлшем.Нәтижесінде келесі теорема дәлелденеді.

Теорема. Егер $L_{h,u}$, $L_{h,\theta}$ энергетикалық бейтарап болса, бағалау әділ болған жағдайда h және τ-дан тәуелсіз M_1, M_2 оң сандар табылады,

$$E^{n} \leq E^{0} + M_{1}\|\vec{f}\|_{(*)}^{2} + M_{2}\|g\|_{(*)}^{2},$$
(19)

мұндағы $E^{n} = \|\vec{u}^{n}\|^{2} + \tau^{2}\left\|\overline{grad}_{h} p^{n}\right\|^{2} + c\|\theta^{n}\|^{2}$, $\|\vec{f}\|_{*} = \max\limits_{0\leq n\leq M}\|\vec{f}^{n}\|$, $\|g\|_{*} = \max\limits_{0\leq n\leq M}\|g^{n}\|$,

c - оң тұрақты.

Келесі теоремадан айырымдық сұлбаның шешімі (6)-(9) біртекті оң бөлімдегі нөлдік стационарлық шешіміне әкеледі.Егер $\vec{f}=0$, $g=0$, онда теңсіздік (18) түріне келеді

$$E^{n+1} + \left\|\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^{n}\right\|^{2} + \tau^{2}\left\|\overline{grad}_{h}(p^{n+1} - p^{n})\right\|^{2} + 2\tau\left(1 - \frac{\varepsilon_{1}Gr}{\delta_{0}} - \frac{\varepsilon_{2}}{\sqrt{\delta_{0}}}\right)\left\|\tilde{\nabla}_{h}\vec{u}^{n+1/2}\right\|^{2} + \frac{Ra}{4\varepsilon_{1}(1-\varepsilon_{3})\delta_{0}}\left\|\theta^{n+1} - \theta^{n}\right\|^{2} \leq E^{n}, \tag{20}$$

Бұдан, $E^{n+1} \leq E^{n}$ болғанда, $n = 0,1,2,...$ кез келген мәнінде

$$0 \leq E^{n} \leq E^{0}. \tag{21}$$

Сондықтан $\lim\limits_{n\to\infty} E^{n} = E^{*}$, сонымен (21) теңсіздігіне сәйкес $0 \leq E^{*} \leq E^{0}$. Бұдан

$$E^{*} + \lim_{n\to\infty}\left\|\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^{n}\right\|^{2} + \tau^{2}\lim_{n\to\infty}\left\|\overline{grad}_{h}(p^{n+1} - p^{n})\right\|^{2} + 2\tau\left(1 - \frac{\varepsilon_{1}Gr}{\delta_{0}} - \frac{\varepsilon_{2}}{\sqrt{\delta_{0}}}\right)\lim_{n\to\infty}\left\|\tilde{\nabla}_{h}\vec{u}^{n+1/2}\right\|^{2} + \frac{Ra}{4\varepsilon_{1}(1-\varepsilon_{3})\delta_{0}}\lim_{n\to\infty}\left\|\theta^{n+1} - \theta^{n}\right\|^{2} \leq E^{*}.$$

Осыдан

$$\lim_{n\to\infty}\left\|\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^{n}\right\| = 0,$$

$$\lim_{n\to\infty}\left\|\overline{grad}_{h}(p^{n+1} - p^{n})\right\| = 0, \tag{22}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left\|\theta^{n+1} - \theta^{n}\right\| = 0, \quad \lim_{n\to\infty}\left\|\tilde{\nabla}_{h}\vec{u}^{n+1/2}\right\| = 0.$$

Бұдан байқайтынымыз

$$0 \leq \left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\| \leq \frac{1}{\sqrt{\delta_{0}}}\left\|\tilde{\nabla}_{h}\vec{u}^{n+1/2}\right\|.$$

$n \to \infty$ шегіне көше отырып, (22) теңдігінен

$$\lim_{n\to\infty}\left\|\vec{u}^{n+1/2}\right\| = 0. \tag{23}$$

Бұдан $\lim\limits_{n\to\infty}\|\vec{u}^{n+1}\| = 0$ болатынын көреміз.

Үшбұрыштарнормасыаксиомасынаншеккекөшсек
$0 \le \lim_{n\to\infty}\|\vec{u}^{\,n}\| \le \lim_{n\to\infty}\left\|\vec{u}^{\,n+1/2} - \vec{u}^{\,n}\right\| + \lim_{n\to\infty}\left\|\vec{u}^{\,n+1/2}\right\|.$

теңсіздігіналамыз. Бұдан $\lim_{n\to\infty}\|\vec{u}^{\,n}\| = 0$ екенішығады, яғниайырымдықсұлбашешімі (6)-(9)

$L_2(D_h)$-ның кез келген бастапқы мәнінде, біркелкі оң бөлімдерде $n \to \infty$ кезінде нөлдік стационарлық шешімге жинақталады.

Стационарлық есепті қарастырамыз.

Жылу конвекциясының айырымдық стационар теңдеулерінің қасиеттері зерттеледі.

$$\begin{cases} L_{h,\vec{u}}\vec{u} + \overline{grad_h}\; p = \tilde{\Delta}_h \vec{u} - \dfrac{Gr\vec{g}}{|\vec{g}|}\theta + \vec{f}(x), & (24)\\ \underline{div}\; \vec{u} = 0 & (25)\\ L_{h\theta}\theta = \dfrac{1}{Pr}\cdot \tilde{\Delta}\theta + g(x),\; x \in D_h & (26) \end{cases}$$

$$\vec{u}\,|_{\partial D_h} = \theta\,|_{\partial D} = 0$$

(27)

шектік шарттармен берілсін.

Теорема 1.2. (24)-(27) есебінің $\vec{u}$ және θ шешімдеріне

$$\|\tilde{\nabla}_h \theta\| \le \frac{\Pr\|g\|}{\sqrt{\delta_0}},$$

(28)

$$\|\tilde{\nabla}_h \vec{u}\| \le \frac{Ra}{\delta_0\sqrt{\delta_0}}\|g\| + \frac{1}{\sqrt{\delta_0}}\|\vec{f}\|$$

(29)

априорлық баға орынды.

Ұсынылған алгоритмдердің мүмкіндіктерін көрсету үшін есептеу тәжірибесі жүргізіледі.

Алынған зерттеу нәтижелері оқыту процесі барысындағы арнайы курстық сағаттарда, курстық және дипломдық жұмыстарын жобалаулар мен орындауларда қолданыс табады. Жұмыста алынған еркіті конвекцияның стационар есебін сандық шешудің итерациялық алгоритмінің жинақталу жылдамдығының априорлық бағалаулары ұсынылған әдістердің тиімділігі туралы айтуға мүмкіндік береді. Априорлық бағалауларды алу әдістері сұйық динамикасының сызықтық емес теңдеулері үшін құрылған айырымдық сұлбаларын зерттеулерде маңызды бола алады және математикалық физиканың сызықтық емес есептерінің сандық шешу теориясын әрі қарай дамытуы болып табылады.

Зерттеу нәтижелерін жылу-масса алмасу есептерін шешуді автоматтандыру үшін ақпараттық жүйелерді құруда және математика, механика, сондай-ақ IT-технологиясы мамандықтары бойынша оқитын студенттер оқу құралы ретінде қолданыла алады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1 Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. - Иркутск: Издательство Иркутского университета. 1990.-228с.

2 Бейсебай П.Б., Данаев Н.Т. «О численном решении свободной конвекции при подогреве сбоку» Вестник КазНУ, Серия математика, механика, информатика. - 2007.-№1(52).-С.71-80.

3 Асқаров І.А., Бейсебай П.Б.Жылуконвекциясыныңүшөлшемдітеңдеулерініңшешімінеарналғансандықалгоритмдерінзерттеу // Материалы международной научно-теоретической конференции «сейфуллинские чтения – 16: молодежная наука новой формации – будущее Казахстана»II том, I- бөлім. 368-370 б.

4 BeisebayP.B.**On an implicit iterative splitting scheme for the problems of free thermal convection**Life Sci. J.,11(8s)(2014), pp.344-349.

5 BeisebayP.B.,AruovaB.,AkzhigitovE.,TilepievM.Sh.**About one splitting scheme for the nonlinear problem of thermal convection**Int. J. Heat Mass Transfer,104(2017), pp.260-266.