Қазақстан Республикасы Тәуелсіздігінің 30 жылдығына арналған «Сейфуллин оқулары – 17: «Қазіргі аграрлық ғылым: цифрлық трансформация» атты халықаралық ғылыми – тәжірибелік конференцияға материалдар = Материалы международной научно – теоретической конференции «Сейфуллинские чтения – 17: «Современная аграрная наука: цифровая трансформация», посвященной 30 – летию Независимости Республики Казахстан.- 2021.- Т.1, Ч.2 - Б.139-143

# СЫЗЫҚТЫҚ БАҒДАРЛАМАЛАУДА ЕСЕПТЕРДІ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ӘДІСПЕН ШЕШУ АЛГОРИТМІ

*Рымханова Аяжан,*
*«Маркетинг және жарнама» мамандығының1курс студенті*
*Нұр-Сұлтан қ.,С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті*

Математикалық модельдермен зерттелетін объекті мен үрдістің қасиеттері, ерекшеліктері және сипаттамалары теңдеулер жүйелері, теңсіздіктер және функция арқылы көрсетіледі.

Көптеген математикалық модельдер универсалды болып келеді, яғни әртүрлі жүйелерді зерттеуге қолданылады. Математикалық модельдер қарастырылатын құбылыстар мен үрдістердің сандық заңдылықтарын анықтауға, сипатталатын факторлардың тәуелділігі мен өзара байланысын табуға мүмкіндік береді.

Сызықтық бағдарламалау есебіндегі берілген шектеулердегі теңсіздіктерді теңдікке ауыстырып, сәйкес түзулерді саламыз.

1. Әрбір теңсіздікпен анықталған жарты жазықтықтарды анықтаймыз.
2. Шешімдер көпбұрышын саламыз.
3. $\overline{N} = (c_1, c_2)$ векторын саламыз.
4. $c_1x_1 + c_2x_2 = h$ түзуін саламыз, бұл деңгейлік түзу деп аталынады. Ол $\overline{N}$ векторына перпендикуляр болады.
5. $c_1x_1 + c_2x_2 = h$ түзуін $\overline{N}$ векторына бағыттас (егер max анықтау керек болса) жылжытамыз. Сөйтіп мақсатты $c_1x_1 + c_2x_2 = h$ функциясының сәйкес *max* немесе *min* қабылдайтын нүктені анықтаймыз. Кей жағдайда мақсатты функция шексіз көп болуы мүмкін.
6. Нүктенің координаталарын анықтап, оны мақсатты функцияға қойып, функцияның мәнін анықтаймыз [1].

Келесі есепті графиктік әдіспен шығарайық:

**1-мысал.** Шикізатты пайдалану есебі.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 21 \\ x_1 + x_2 \le 8 \\ 2x_1 \le 10 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

шарттарын қанағаттандыратын $F = 30x_1 + 20x_2 \to \max$ функциясын анықтау керек.

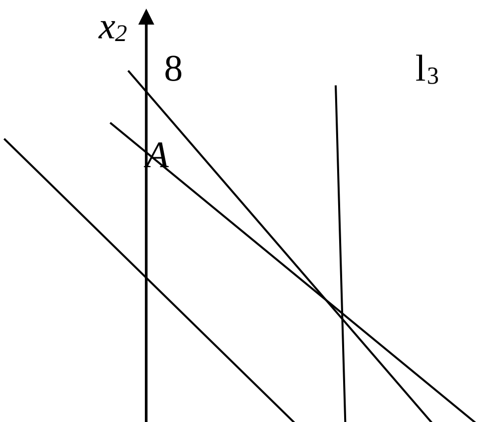
Шешімдер көпбұрышын саламыз. Ол үшін $x_1 0 x_2$ тікбұрышты координаталар жүйесінде мына түзулерді саламыз:

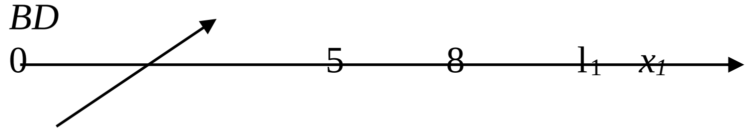
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 21 \quad (l_1) \\ x_1 + x_2 = 8 \quad (l_2) \\ 2x_1 = 10 \quad (l_3) \\ x_1 = 0,\ x_2 = 0 \end{cases}$$

Содан кейін жүйедегі әрбір теңсіздікті қанағаттандыратын жарты жазықтықты саламыз. Жарты жазықтық деп берілген түзудің бір жағында жататын облысты айтады. Берілген түзуге қарағанда жарты жазықтықтың орналасуын анықтау үшін бір бақылау нүктесін аламыз. Көп жағдайда ондай нүкте үшін бас нүктені O(0;0) алады. Егер ол нүктенің координаталары теңсіздікті қанағаттандыратын болса, мысалы $x_1 = 5,\ x_2 = 3,...,$ онда жарты жазықтықта сол нүкте жатады. Яғни түзудің бас нүкте жататын жағы жарты жазықтықты немесе теңсіздіктің шешімдер облысын береді. Ал бас нүктенің координаталары теңсіздікті қанағаттандырмаса, онда түзудің бас нүктеге қарама-қарсы жағы жарты жазықтықты береді. Жарты жазықтықтардың ортақ бөлігі шешімдер көпбұрышын береді.

Ескерту: Егер шекаралық түзу бас нүктеден өтетін болса, онда бақылау нүктесі үшін кез келген басқа нүктені алуға болады. Біздің есебімізге шешімдер көпбұрышы $OABCD$ болады.

Содан кейін $\overline{N} = (30;\ 20) = 10(3;2)$ векторын салып, оған перпендикуляр $f = 30x_1 + 20x_2 = h$ түзуін саламыз, бұл түзу деңгейлік түзу деп аталынады. Негізінде деңгейлік түзу $f = 30x_1 + 20x_2 = 0$ мен анықталады, оның экономикалық мағынасы, әлі ешқандай өнім өндірілген жоқ, олай болса, түсетін түсім 0-ге тең. Енді деңгейлік түзуді $N$ векторымен бағыттас өз-өзіне параллель жылжытамыз. Сөйтіп ол түзудің шешімдер көпбұрышымен қиылысатын ең соңғы нүктесін анықтаймыз [2].






3.1- сурет

3.1 - суреттен ол нүктенің $C$ нүктесі екендігін көреміз. $C$ нүктесі $L_2\ , L_3$ түзулерінің қиылысу нүктесінде жатады. Олай болса, $C$ нүктесінің координаталары мына теңдеулер жүйесінен анықталады.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ \ 2x_1 = 10 \end{cases}$$

Бұдан $x_1 = 5,\ x_2 = 3$ екендігін көреміз.

Сонымен $x_1 = 5,\ x_2 = 3$ жоспардың ең қолайлы мәні болып табылады.

Бұл мәндерді мақсатты функцияға қоя отырып, мынаны аламыз:

$$f_{max} = 30 \cdot 5 + 20 \cdot 3 = 210$$

Сөйтіп мөлшері 210 шартты бірлікке тең болатын ең жоғарғы түсім алу үшін $P_1$ өнімінің 5 бірлігін, $P_2$ өнімінің 3 бірлігін жоспарлау керек.

**2-мысал.** Графиктік әдіспен шешу керек:

$$f = x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 \geq 30 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Шешуі. Есепті шешуді мүмкін мәндерінің облысын табудан бастаймыз. Екі өлшемді жазықтықта теңдеулерге түзу, ал теңсіздіктерге түзудің бір жағында жататын жартылай жазықтық сәйкес келеді.

$x_1 = 0,\ x_2 = 0$ түзулері координата өстерімен дәл келеді. Ал $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$ жартылай жазықтықтары $Ox_2$-нің оң жағында $Ox_1$-ден жоғарыда жатады.

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$ теңсіздіктерін қанағаттандыратын нүктелер жиыны бірінші ширекте жатады және шекаралық түзулері мен жартылай жазықтықтардың қиылысу нүктелерінен тұрады.

Берілген есептің шектеулерін қарастырамыз.

Ретімен теңдеулерін сызайық:

$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 = 30 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - x_2 = 4 \\ x_1 - x_2 = 10 \end{cases}$$

және сәйкес теңсіздіктерді қанағаттандыратын жартылай жазықтықтарды анықтаймыз:

$$\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 > 30 \\ -x_1 + x_2 < 3 \\ x_1 - x_2 < 4 \\ x_1 - x_2 < 10 \end{cases}$$

Жартылай жазықтық түзудің қай жағында жататынын анықтау үшін түзудің екі жағынан нүктелер алып теңсіздікке қойып тексереміз. Жартылай жазықтықты анықтаудың басқа да әдісі бар. Егер шектеудегі $x_2$ белгісізінің коэффициенті оң болса, онда теңсіздіктің ">" таңбасына шекаралық түзудің жоғары жағы, ал "<" таңбасына шекаралық түзудің төменгі жағы жатады. Егер шектеудегі $x_2$ белгісізінің коэффициенті теріс болса, онда керісінше. Мысалы: $x_1 - x_2 \le 4$ теңсіздігіне $x_1 - x_2 = 4$ түзуінің жоғары жағындағы жартылай жазықтықтың (ІІІ), ал $x_1 - x_2 < 10$ теңсіздігіне $x_1 - x_2 = 10$ түзуінің жоғары жағындағы жартылай жазықтық жатады.(IV) Есебіміздің анықталу облысы ABCDE көпбұрышы болып табылады және ол берілген шектеулерін қанағаттандырады.Келесі кезекте $f$ функциясын 0-ге теңеп түзу сызамыз: $x_1 - 3x_2 = 0.$

Бұл түзу координаталарының бас нүктесінен өтеді және былай жүргізіледі. Теңдеудің сол жағы $c = (c_1, c_2) = (1;-3)$ және $x_1 = (x_1; x_2)$ векторларының скалярлық көбейтіндісінен тұрады. Егер векторлардың скалярлық көбейтіндісі нөлге тең болса, онда векторлар өзара перпендикуляр. (1;-3) нүктесінен өтетін *C* векторын жүргіземіз де координатаның бас нүктесінен оған перпендикуляр жүргіземіз. *C* векторы әруақытта мақсатты функцияның өсу бағытын көрсетеді, ал (-*c*) кему бағытын көрсетеді.

*Я*ғни $x_1 - 3x_2 = 0$ түзуін, *C* векторының бағытымен өзіне-өзін параллель жылжытса, мақсатты функцияның мәні өседі, ал (-*c*) бағытымен жылжытса кемиді. Берілген есептің мақсатты функциясы *B* нүктесінде минималды, ал *D* нүктесінде максималды мәндерін қабылдайды.

Есептің оптимал шешімі: $\begin{cases} -x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases}$

түзулерінің қиылысында жататын В нүктесіне сәйкес келеді.

В нүктесінің координаталарын табу үшін жүйені шешеміз. Сонда $x_1 = 3\frac{1}{2}$, $x_2 = 6\frac{1}{2}$ нүктелерін аламыз, яғни: $f_{\min} = \frac{7}{2} - 3 \cdot \frac{13}{2} = -16.$

**3-мысал.** Шикізатты пайдалану есебінің графиктік әдіспен шешу керек
$F = 12x_1 + 15x_2 \to \max$

$$\begin{cases} 6x_1 + 6x_2 \le 36 \\ 4x_1 + 2x_2 \le 20 \\ 4x_1 + 8x_2 \le 40 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Жоғарыда көрсетілгендей берілген есептің мүмкін мәндерінің облысы$OABCD$ тұйықталған көпбұрышы болады және мақсат функция максимал мәнін В нүктесінде қабылдайды.

В нүктесі $6x_1 + 6x_2 = 36$ (I), $4x_1 + 8x_2 = 40$ (III) түзулерінің қиылысқан нүктесінде орналасқан.

Жүйесінің шешімі $x_1 = 2,$ $x_2 = 4$ екендігін анықтаймыз, ал

$$f_{\max} = 12 \cdot 2 + 15 \cdot 4 = 84$$

Алынған шешімнен $P_1$өнімінің 2 бірлігін, $P_2$ өнімінің 4 бірлігін өндіру керектігін көреміз. Сонда оларды өткізгеннен түсетін максимал пайда 84 теңге болады.

## ҚОЛДАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ


1. Е.Ж. Айдос. Жоғары математика. Том 1,2,3 - Алматы: «Бастау», 2008.
2. Н. М. МахметжановЖоғары математика теориясы және жаттығулар жинағы. Алматы: Дәуір, 2008. -392 б.
3.Э.Ұ. Уразмагамбетова, М.А. Серимбетов, Л.Қ. Дюсембаева Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканың теориясы және есептер жинағы. Оқу құралы. –Нұр-Сұлтан, КАТУ, 2019.-160б.
4. Rakhmetullayeva, A.A. Mamutova, R. Iskakov, M. Sakhy, and G.A.Mun, “Studying physico-mechanical properties of cement pastes inpresences of blend polymer as chemical admixtures”, in Internationaljournal of Basic and Applied science, vol. 4 (3), pp 297-302, 2015
5. Baltic Humanitarian Journal. 2017. Т. 6. № 4(21).



*Ғылыми жетекшісі:*
*«Жоғары математика» кафедрасының аға оқытушысы, магистр*
*Л.Қ.Дюсембаева*