«Сейфуллин оқулары – 18(2): « XXI ғасыр ғылымы – трансформация дәуірі» халықаралық ғылыми - практикалық конференция материалдары = Материалы международной научно-практической конференции «Сейфуллинские чтения – 18(2): «Наука XXI века – эпоха трансформации » - 2022.- Т.III. Ч.I. – С.68-70

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПОПУЛЯЦИЙ ДВУХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ВИДОВ В ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Мухаметказина А.С., студент 2 курса
Казахский агротехнический университет им. С.Сейфуллина, г. Нур-Султан

Аннотация. Исследованы автоколебательные свойства популяций двух биологических видов в экосистеме «хищник-жертва» с позиции теории самоорганизации.. Рассмотрены дифференциальные уравнения взаимодействия этих биологических видов. Представлены графические и численное решения этой математической модели, полученные с помощью ППП Mathcad.

Ключевые слова. Синергетика, автоколебания, взаимодействие популяций, система дифференциальных уравнений динамики популяций, ППП Mathcad.

Введение. Синергетика (теория самоорганизации) является междисциплинарной научной теорией. Эта теория изучает механизмы самоорганизации в открытых нелинейных системах. Одной из распространенных открытых нелинейных систем в природе является экосистема «хищник-жертва». Эта система имеет автоколебательные свойства, блогадаря обратной связи элементов ее структуры. Этот фактор доказывает, что такие системы при эволюции самоорганизуются.

1. *Дифференциальные уравнения динамики популяций в экосистеме.* Пусть в изолированной экосистеме обитают два биологических вида, одну из которых назовем хищником (например, лиса), другого – жертвой (кролики). Заметим, что изменения численности их популяций становятся взаимосвязанными. В этом случае, относительный прирост количества жертв будет уже зависеть от численности популяций хищников и будет уменьшаться с ростом этой популяции. Для относительного изменения численности популяции хищников, который можно считать пропорциональным популяции жертвы, будет верна противоположная зависимость. Имеются популяция жертв численностью N_1, и популяция хищников численность $\mathbf{N_2}$. Условимся, что между особями одного вида нет соперничества.

Скорость роста популяции жертв $\frac{dN_1}{dt}$ без воздействия хищников пропорциональна количеству травы М и численности популяции жертв N_1. Пусть пища для жертв достаточна, т.е M= const. В этой условии напишем:

$$\frac{dN_1}{dt} = k_p N_1$$

Здесь k_p – коэффициент рождаемости жертв. Популяция жертв должна уменьшаться под воздействием хищников. Скорость уменьшения численности пропорциональна количеству хищников и численности популяции жертв N_1:

$$\frac{dN_1}{dt} = - k_c \boldsymbol{N_2} N_1 ,$$

где k_c – коэффициент смертности жертв. Таким образом, скорость изменения численности жертв составляет

$$\frac{dN_1}{dt} = k_p N_1 - \mathrm{k_c} \boldsymbol{N_2} N_1 = (k_p - k_c \boldsymbol{N_2}) N_1$$

Количество хищников нарастать тем быстрее, чем чаще будут происходить встречи хищников и жертв. Частота таких встреч характеризуется величиной, пропорциональной произведению $N_1\boldsymbol{N_2}$ **. Таким образом, с**корость роста популяции хищников $\frac{dN_2}{dt}$ напишем**:**

$$\frac{dN_2}{dt} = \mathrm{f_p} N_1 \boldsymbol{N_2} ,$$

$\mathrm{f_p}$ коэффициент рождаемости хищников. Численность хищников не только растет, но и уменьшается из-за нехватки пищи, т.е. при убыли численности жертв. Скорость убыли хищников пропорциональна численности популяции хищников $\boldsymbol{N_2}$ **:**

$$\frac{dN_2}{dt} = - \mathrm{f_c} \boldsymbol{N_2}$$

$\mathrm{f_c}$ - коэффициент смертности хищников. Скорость изменения численности хищников можно выражается виде следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{dN_2}{dt} = f_p N_1 N_2 - f_c \boldsymbol{N_2} = (f_p N_1 - f_c) N_2$$

Система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = N_1 (k_p - k_c \boldsymbol{N_2}) \\ \frac{dN_2}{dt} = - N_2 (f_c - f_p N_1) \end{cases} \quad (1)$$

Представляет собой математическую модель экологической системы – хищники – жертвы или моделью Лотки – Вольтерры. Впервые она была получена А.Лоткой (1925г.), который использовал для описания динамики взаимодействующих биологических популяций. Чуть позже и независимо от Лотки аналогичные (и более сложные) модели были разработаны итальянским математиком В. Вольтерра (1926г.). Глубокие исследования в области популяций биологических видов в условиях их взаимодействий заложили фундамент математической теории биологических сообществ или так называемой *математической экологии*.

Решение этой системы дифференциальных уравнений с учетом начальных условий при t=0 $N_1 = N_1(0)$, $N_2 = N_2(0)$ позволяет прогнозировать динамику популяций в экологической системе.

Модель (1) может описывать поведение конкурирующих фирм, рост народонаселения, изменение численности воюющих армий, экологической обстановки, развитие науки и др.

2. *Результаты компьютерного исследования параметров экосистемы «хищник - жертва».* Чтобы ясно понимать процессы взаимодействия, происходящие в системе «хищник-жертва» и утвердить закономерности изменения параметров экосистемы будем воспользоваться возможностями пакета прикладных программ Mathcad.

Исследуем динамику популяций системы дифференциальных уравнений, представляющая модель Лотки - Вольтерры для $k_p = 0{,}2;\ k_c = 0{,}1;\ f_p = 0{,}05;\ f_c = 0{,}5$ Начальные условия: $N_1\,(0)=10,\quad \boldsymbol{N_2}\,(0) = 3$ (рисунки 1).

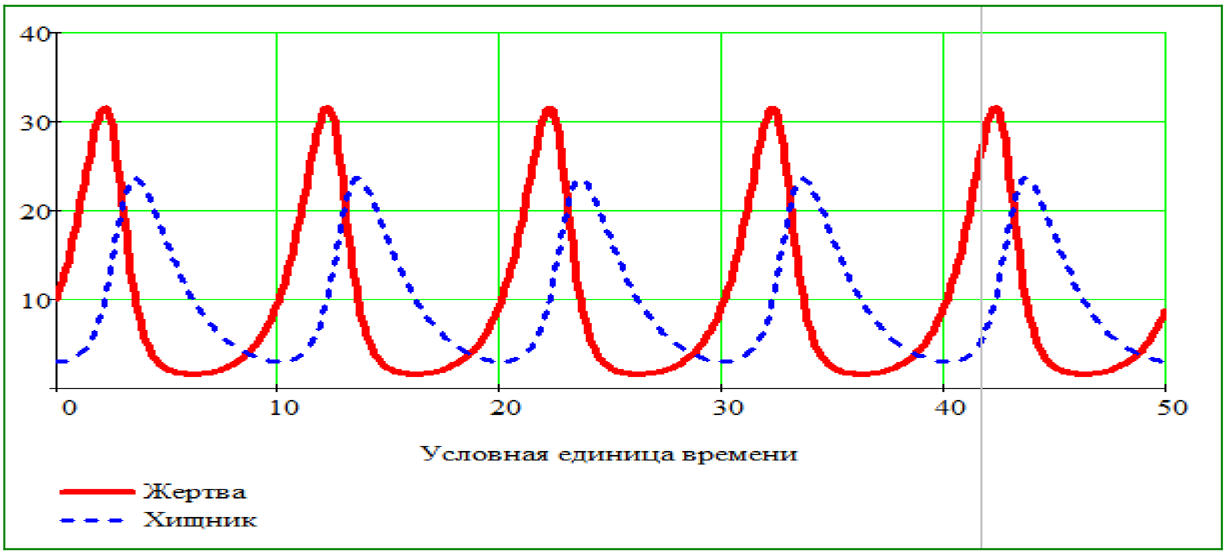

Рисунок 1 – Графическое решение дифференциального уравнения (1)

Процесс носит автоколебательный колебательный характер. Количество жертв и хищников колеблется возле величин $\boldsymbol{N_1}=10$ *и* $\boldsymbol{N_2}=3$ соответственно. Численности биологических видов изменяются в зависимости от времени периодически. Из графического решения уравнения (1) четко просматривается, что численность хищников всегда отстает по фазе от численности жертв. Таким образом, происходит явление самоорганизации в рассматриваемой экосистеме.

Однако характер автоколебания сложный: колебания не являются гармоническими, не изображаются синусоидами. Стоит отметить, что рассмотренная модель Лотки - Вольтерры демонстрирует структурную неустойчивость. При малом изменении параметров модели фазовая кривая перестает быть замкнутой. Модель Лотки - Вольтерры неустойчива относительно возмущений, поскольку ее стационарное состояние - центр. Большинство моделей являются идеализацией действительности; **в** них внимание сосредоточено на некоторых основных переменных и соотношениях между ними. Поэтому устойчивость моделей относительно малых возмущений чрезвычайно важна.

Список использованной литературы

1 Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование [Текст] / В М. Вольтерра., 1976. – 288 с.

2 Романовский Ю.М., и др. Что такое математическая биофизика [Текст] / Ю.М.Романовский, М:. - Просвещение, 1971. – 246 с.

3 Бродский А.К. Краткий курс общей экологии [Текст] / А.К. Бродский СПб, изд.СПбГУ, 1992. – 214 с.

4 Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическое моделирование в биофизике [Текст] / – М.: Наука, 1975. — 344 с.

5 Mukushev B.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev B.A., Kariev K.U., Turdina A.B. Formation of the scientific worldview in schoolchildren based on the inclusion of synergetic ideas in the content of education // Integratsiyaobrazovaniya = Integration of education. -2018. T 22. -No 4. -P. 632-646. Scopus Q2, DOI: 10.15507 / 1991-9468.093.022.201804.632-647.