«Сейфуллин оқулары-18(2): «XXI ғасыр ғылымы – трансформация дәуірі» Халықаралық ғылыми-практикалық конференция материалдары = Материалы международной научно-практической конференции «Сейфуллинские чтения – 18(2): «Наука XXI века - эпоха трансформации» - 2022.- Т.I, Ч.III. - Б.187-189.

БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ ШЕШІМІН ТАБУДЫҢ ТИІМДІ ӘДІСІ

М. Ш. Тилепиев, доцент, ф.-м. ғ.к.,
Э.Ұ. Уразмагамбетова, доцент, ф.-м.ғ. к.,
З.Т. Сейлова, доцент, п.ғ.к.
Л.Қ. Дюсембаева, аға оқытушы, магистр

С.Сейфуллина атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан қ.
«Болашақ» университеті, Кызылорда қ.

Бұл жұмыста бірінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін табудың тиімді әдісі қарастырылған. Әрбір оқытушы үшін, сабақ барысында, шектелген оқу материалымен қоса, студенттердің бойында ғылыми-ізденістерге қызығушылығын ояту және практикалық тұрғыдан тиімді әдістерді таңдау үшін, қандай да бір сұраққа түрлі әдістер арқылы жауап беруге болатынын көрсете білу. Сондай сұрақтардың бірі бүгінгі мақалада қарастырылатын бірінші ретті дифференциалдық теңдеуді шешудің әр түрлі әдістерінің ішінен тиімдісін таңдау туралы. Бұл әдістердің төртеу екені және ол әдістер туралы, біз өткен мақаламызда жан-жақты талдау жүргізгенбіз. [1]

Сол әдістердің ішінде ең тиімдісі туралы баяндаймыз.

Егер берілген теңдеуде ізделінді $y=y(x)$ функциясы және оның бірінші ретті туындысы y' бірінші дәрежеде енсе, яғни

$$y'+P(x)y=Q(x) \tag{1}$$

онда мұндай дифференциалдық теңдеуді бірінші ретті сызықты теңдеу дейді. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін әртүрлі әдіспен табуға болады. Кез келген тұрақтыны вариациялау және Бернулли әдістері кеңнен қолданылады. Сондықтан осы мақалада (1) дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін басқа әдіспен табу жолы көрсетілген. [2]

Ол үшін (1) теңдеуінің екі жағын $e^{r(x)}$ функциясына көбейтейік

$$e^{r(x)}y' + P(x)e^{r(x)}y = Q(x)e^{r(x)}, \tag{2}$$

мұндағы $r(x)$ функциясы әзірге бізге белгісіз функция.

$e^{r(x)}$ функциясының туындысы $r'(x)e^{r(x)}$ тең. Сондықтан

$$r'(x) = P(x) \qquad r(x) = \int P(x)dx \tag{3}$$

деп алсақ, онда (2) теңдеуі былай жазылады. [3]

$$e^{r(x)}y' + r'(x)e^{r(x)}y = Q(x)e^{r(x)}. \tag{4}$$

Екі функцияның көбейтіндісінің туындысының $(uv)' = u'v + uv'$ формуласын қолдансақ, онда (4) теңдеуі [4]

$$\left(e^{r(x)}y\right)' = Q(x)e^{r(x)} \tag{5}$$

болады. Осы теңдіктің екі жағын да интегралдасақ, онда

$$e^{r(x)}y = C + \int Q(x)e^{r(x)}dx \tag{6}$$

немесе

$$y = e^{-r(x)}\left(C + \int Q(x)e^{r(x)}dx\right)$$

немесе (1) теңдеуінің жалпы шешімі

$$y = e^{-\int P(x)dx}\left(C + \int Q(x)\, e^{\int P(x)dx}\, dx\right), \tag{7}$$

болады.

Мысал қарастырайық. $$y'+\frac{k\ y}{x}=x^m$$ бірінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеуінің жалпы шешімін табу керек. [5]

Шешуі. $P(x)=\frac{k}{x}=r'(x)$ деп алсақ, онда

$$r(x)=k\int\frac{dx}{x}=k\ln\ x=\ln x^k.$$

.

Осыдан $e^{r(x)}=x^k$.

Берілген теңдеудің екі жағын да x^k көбейтейік, сонда

$$x^k y'+kx^{k-1}\ y=x^{m+k},$$

болсын.

$$x^k y'+\left(x^k\right)'\ y=x^{m+k},$$

екі функцияның көбейтіндісінің туындысының $(uv)'=u'v+uv'$ формуласын қолдансақ, онда берілген теңдеу $\left(x^k y\right)'=x^{m+k}$, болады. Осы теңдіктің екі жағын да интегралдасақ, онда

$$x^k y=C+\int x^{m+k}dx$$

бұл интегралдың мәні екі түрлі жағдайға байланысты болады. [6]

1) $m+k\neq-1$ $\quad x^k y=C+\frac{x^{m+k+1}}{m+k+1}$, онда берілген теңдеудің жалпы шешімі

$$y=Cx^{-k}+\frac{x^{m+1}}{m+k+1},$$

2) $m+k=-1 \quad x^k y=C+\ln x,$ онда берілген теңдеудің жалпы шешімі

$$y=x^{-k}\left(C+\ln x\right).$$

Қортындылай келе осы жұмыстағы көрсетілген жаңа әдіс (1) дифференциалдық теңдеудің шешімін табудың басқа классикалық әдістеріне қарағанда шешіміне жылдам келуге болатындығын көруге болады, яғни тиімді әдіс.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1 Тилепиев М.Ш., Уразмагамбетова Э.У., Сейлова З.Т., Дюсембаева Л.К. Об одном из методов решения линейного дифференциального уравнения первого порядка. [Текст] / The scientific beritage (Budapest, Hungary), -2022. -№85(85). Vol 1. -С. 35-38.

2 Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.,1985. Т.2.

3 Д.Письменный. Конспект лекций по высшей математике. [Текст] / Часть 1, часть 2, Москва. Айрис ПРЕСС, 2007.

4 С.А.Агафонов, А.Д.Герман, Т.В.Муратова. Дифференциальные уравнения. [Текст] / - МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004.- 348 с.

5 Романко В.К. Курс дифференциальных уравнениий и вариационного исчесления. - 2-е изд. [Text] / - М.: лаборатория Базовых Знаний, 2001 - 344 с:ил.

6 NEW Просветов Г.И. Дифференциальные уравнения: задачи и решения [Текст] /: Учебно-практическое пособие. М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2001. - 88с. ISBN 978-5-594280-507-4.

7 José R. dos Santos Filho, Maurício Fronza da Silva, Global solvability for first order real linear partial differential operators, [Text] / Journal of Differential Equations, -2009. Vol. 247. Issue 10. -P. 2688-2704.